

線形最適化問題

◆生産計画問題

- 製品P1を x_1 (kg), P2を x_2 (kg)生産する

最大化	$z = x_1 + 2x_2$	1日あたりの利益
制約条件	$x_1 + 3x_2 \leq 24$	使用原料制約
	$4x_1 + 4x_2 \leq 48$	労働時間制約
	$2x_1 + x_2 \leq 22$	機械稼働時間制約
	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	非負条件

線形最適化問題

◆一般的な線形最適化問題

- 最小化問題
- 制約式の右辺は非負
- 決定変数は非負

に限定しても一般性を失わない

線形最適化問題

◆最小化問題版生産計画問題

$$\begin{array}{ll} \text{最小化} & z = -x_1 - 2x_2 \quad \text{1日あたりの利益} \times (-1) \\ \text{制約条件} & x_1 + 3x_2 \leq 24 \quad \text{使用原料制約} \\ & 4x_1 + 4x_2 \leq 48 \quad \text{労働時間制約} \\ & 2x_1 + x_2 \leq 22 \quad \text{機械稼働時間制約} \\ & x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \quad \text{非負条件} \end{array}$$

線形最適化問題

最小化	$z = -x_1 - 2x_2$	目的
制約条件	$x_1 + 3x_2 \leq 24$	制約1
	$4x_1 + 4x_2 \leq 48$	制約2
	$2x_1 + x_2 \leq 22$	制約3
	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	非負条件

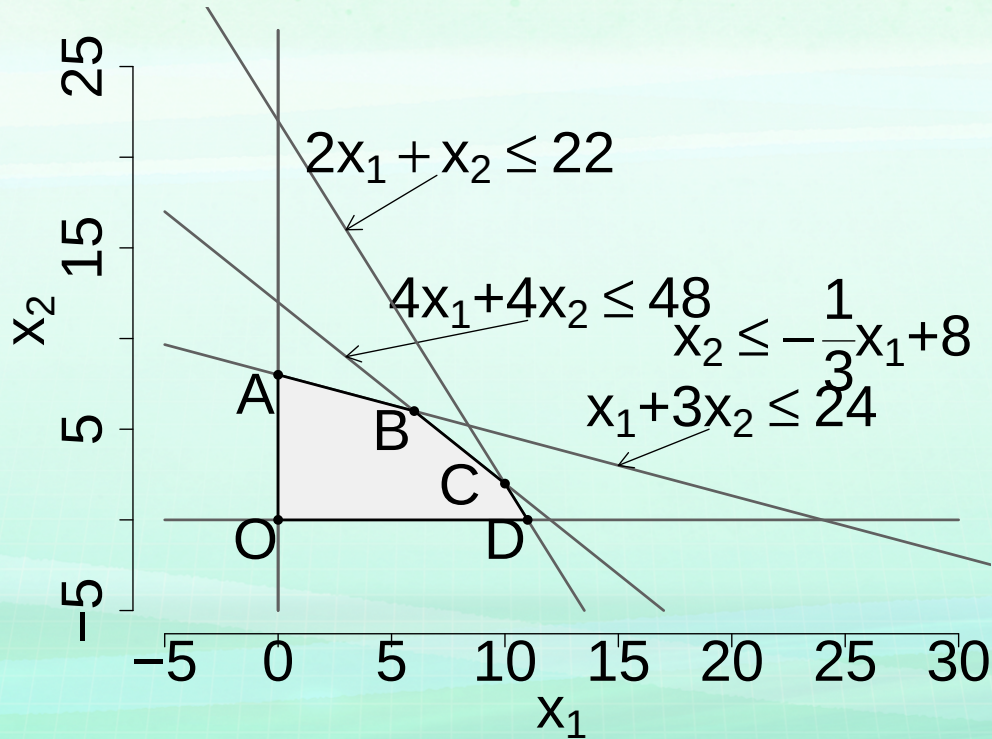
線形最適化問題の解

線形計画問題の解

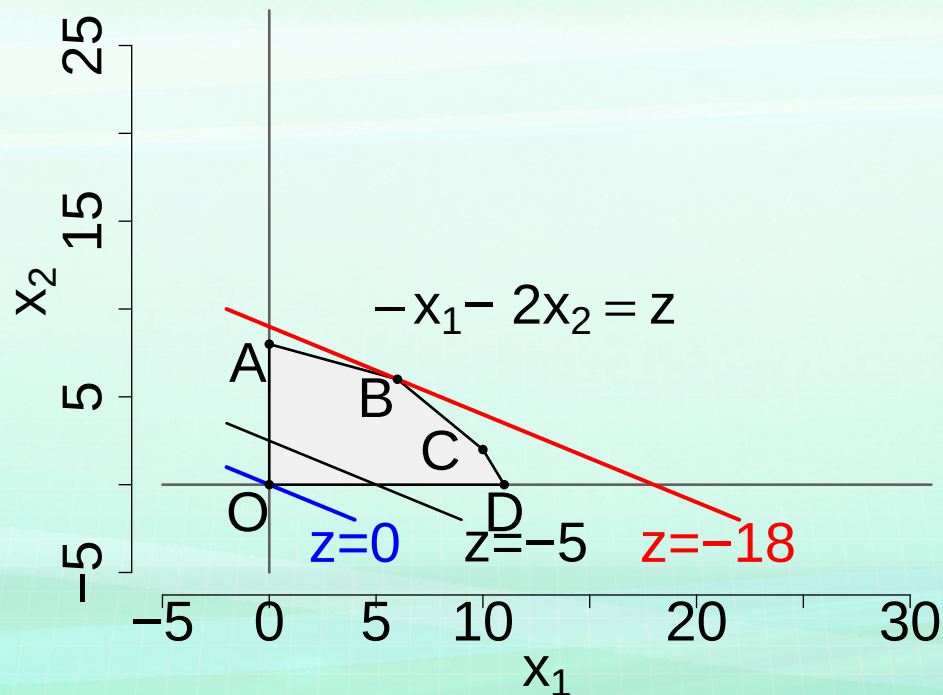
◆線形計画問題

最小化	$z = -x_1 - 2x_2$	目的
制約条件	$x_1 + 3x_2 \leq 24$	制約1
	$4x_1 + 4x_2 \leq 48$	制約2
	$2x_1 + x_2 \leq 22$	制約3
	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	非負条件

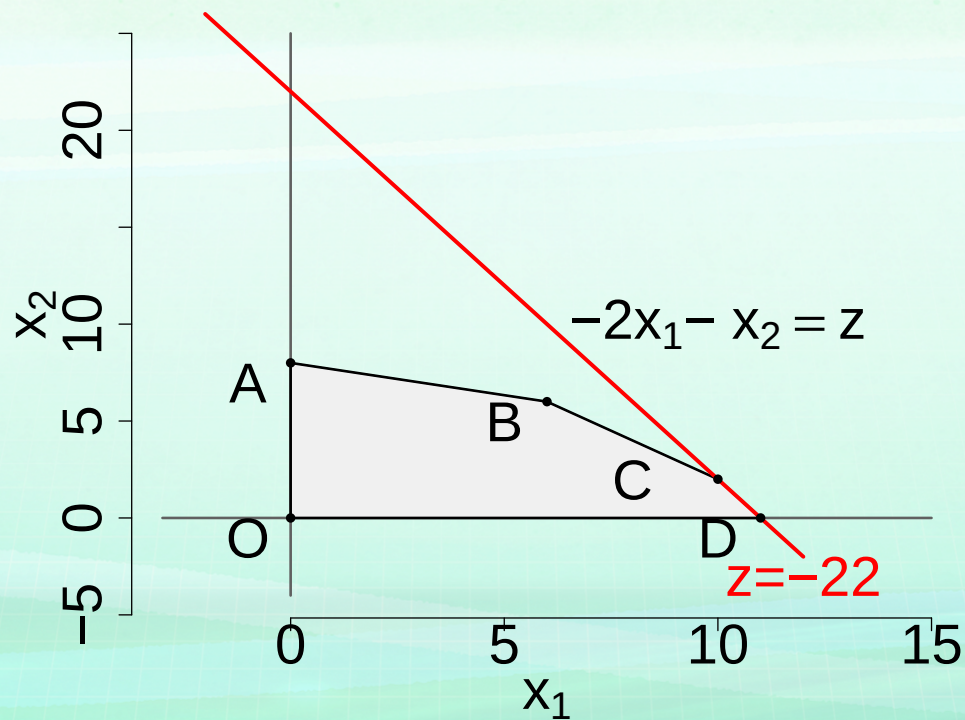
線形最適化問題の解



線形最適化問題の解



線形最適化問題の解



標準形

$$\begin{aligned} \text{最小化 } z &= c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \\ \text{制約条件 } a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n &\leq b_1 \\ &\vdots \\ a_{m_11}x_1 + a_{m_12}x_2 + \cdots + a_{m_1n}x_n &= b_{m_1} \\ &\vdots \\ a_{m_21}x_1 + a_{m_22}x_2 + \cdots + a_{m_2n}x_n &\geq b_{m_2} \\ &\vdots \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \cdots, x_n &\geq 0 \\ b_1 \geq 0, b_2 \geq 0, \cdots, b_m &\geq 0 \end{aligned}$$

◆標準形

- 非負条件以外の制約が等式制約

標準形

◆スラック変数の導入

- 不等式制約

$$a_1x_1 + a_2x_2 \leq b$$

- スラック変数と呼ばれる非負変数 $\underline{x}_3$ を用いて

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \underline{x}_3 = b$$

標準形

◆ 余裕変数の導入

- 不等式制約,

$$a_1x_1 + a_2x_2 \geq b$$

- 余裕変数と呼ばれる非負変数 $\bar{x}_4$ を導入して,

$$a_1x_1 + a_2x_2 - \bar{x}_4 = b$$

標準形

最小化 $z = -x_1 - 2x_2$

制約条件 $x_1 + 3x_2 \leq 24$

$$4x_1 + 4x_2 \leq 48$$

$$2x_1 + x_2 \leq 22$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

を標準形に変換

標準形

最小化 $z = -x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5$

制約条件 $x_1 + 3x_2 + \underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 24$

$$4x_1 + 4x_2 + 0\underline{x}_3 + \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 48$$

$$2x_1 + x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + \underline{x}_5 = 22$$

$$x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5 \geq 0$$

シンプレックス法の考え方

シンプレックス法の考え方

◆等式制約…連立一次方程式

$$\begin{array}{ll}\text{最小化} & z = -x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 \\ \text{制約条件} & x_1 + 3x_2 + \underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 24 \\ & 4x_1 + 4x_2 + 0\underline{x}_3 + \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 48 \\ & 2x_1 + x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + \underline{x}_5 = 22 \\ & x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5 \geq 0\end{array}$$

- 等式制約が3本で変数が5個 … 解は一意でない
- 5個の変数のうち2個を0とおけば解は一意

シンプレックス法の考え方

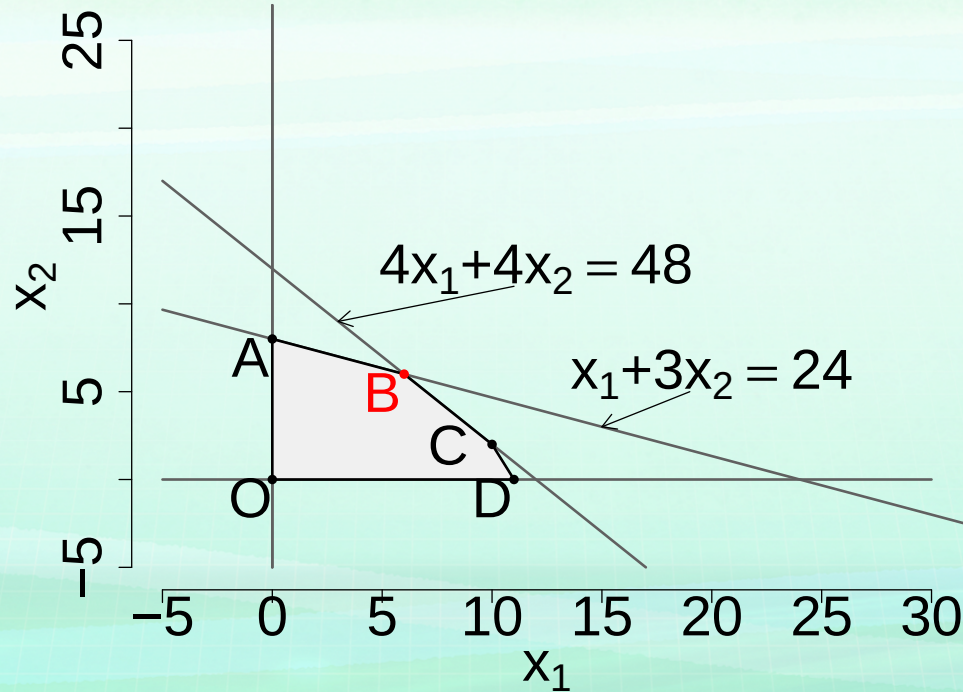
◆基底変数，基底解

- 等式制約が3本で変数が5個 … 解は一意でない
- 5個の変数のうち2個を0とおけば解は一意

0とおかなかった変数	基底変数
0とおいた変数	非基底変数
その連立方程式の解	基底解
非負条件を満たす基底解	実行可能基底解
非負条件を満たさない基底解	実行不能基底解

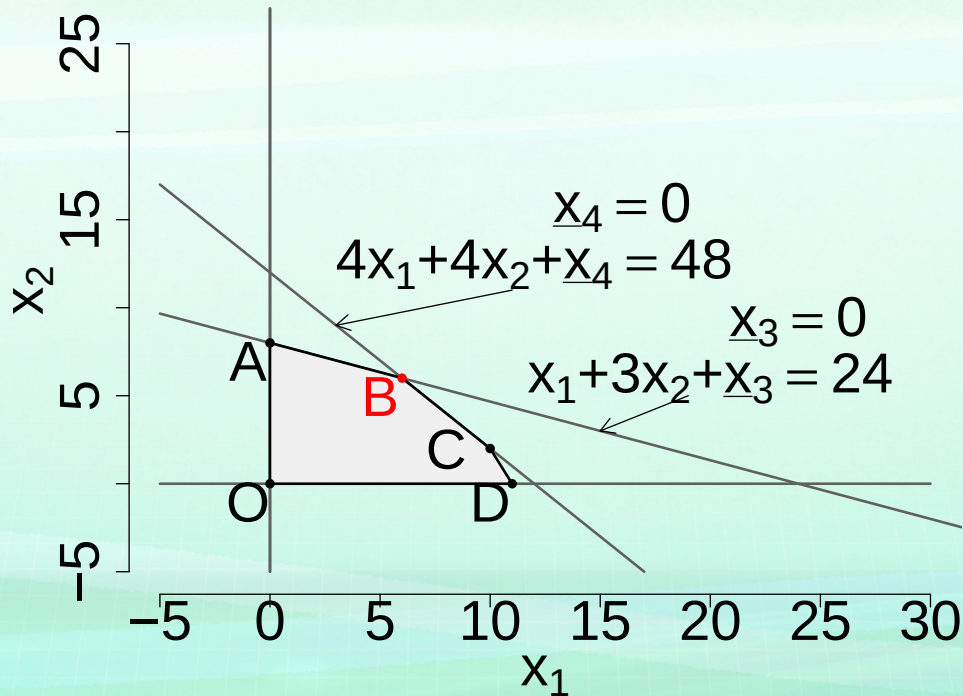
シンプレックス法の考え方

◆基底解



シンプレックス法の考え方

◆基底解



シンプレックス法の考え方

- 実行可能基底解（実行可能領域の端点）から、隣接する端点のうち目的関数の値を改善する端点へ移動
- 移動を繰り返し、最適解に到達

シンプレックス法の考え方

- 線形計画問題は解の逐次的な改善により必ず最適解に到達
- すべての実行可能基底解を試すことなく最適解を得る…効率的

シンプレックス法

◆問題

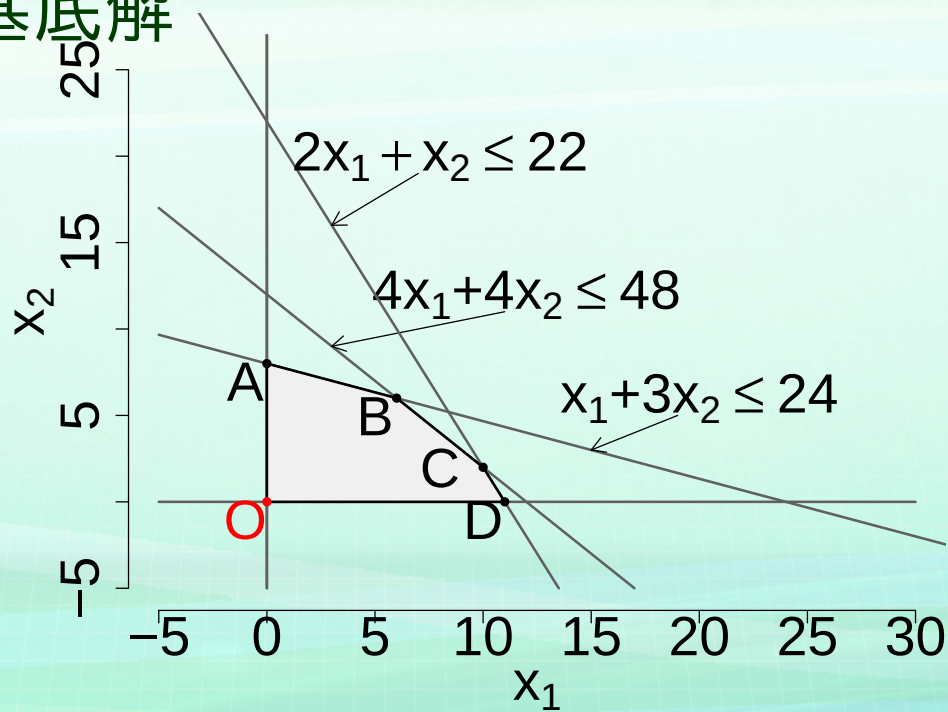
$$\begin{array}{ll}\text{最小化} & z = -x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 \\ \text{制約条件} & x_1 + 3x_2 + \underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 24 \\ & 4x_1 + 4x_2 + 0\underline{x}_3 + \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 48 \\ & 2x_1 + x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + \underline{x}_5 = 22 \\ & x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5 \geq 0\end{array}$$

◆自明な実行可能基底解

$$(x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5) = (0, 0, 24, 48, 22)$$

シンプレックス法

◆ (初期) 基底解



シンプレックス法

◆初期シンプレックス・タブロー(端点O)

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 $\underline{x}_3$	1	3	1	0	0	24
変数 $\underline{x}_4$	4	4	0	1	0	48
$\underline{x}_5$	2	1	0	0	1	22
$-z$	-1	-2	0	0	0	0

$$-z + (-x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5) = 0$$

テロップ「基底の交換（１回目）」

シンプレックス法

◆非基底変数の選択

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 $\underline{x}_3$	1	3	1	0	0	24
変数 $\underline{x}_4$	4	4	0	1	0	48
$\underline{x}_5$	2	1	0	0	1	22
$-z$	-1	$*-2$	0	0	0	0

$$-z + (-x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5) = 0$$

シンプレックス法

◆新たな基底変数の増加量の決定

$$x_1 + 3x_2 + \underline{x}_3 = 24$$

- 現在 $\underline{x}_3 = 24$
- x_2 を1増加させると左辺の値は3増加するので、等式を成立させるためには $\underline{x}_3$ を3減少
- 非負条件があるので、 $\underline{x}_3 = 0$ になるまで x_2 を増加させると、 $x_2 = 24/3 = 8$

シンプレックス法

◆新たな基底変数の増加量の決定

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底変数 $\underline{x}_3$	1	3	1	0	0	24
$\underline{x}_4$	4	4	0	1	0	48
$\underline{x}_5$	2	1	0	0	1	22
$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- $\underline{x}_3 = 0$ になるまで x_2 を増加させると,
 $x_2 = 24/3 = 8$

シンプレックス法

◆新たな基底変数の増加量の決定

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$		
基底 $\underline{x}_3$	1	3	1	0	0	24	8
変数 $\underline{x}_4$	4	4	0	1	0	48	12
$\underline{x}_5$	2	1	0	0	1	22	
$-z$	-1	-2	0	0	0	0	

- $\underline{x}_4 = 0$ になるまで x_2 を増加させると,
 $x_2 = 48/4 = 12$

シンプレックス法

◆新たな基底変数の増加量の決定

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$		
基底 $\underline{x}_3$	1	3	1	0	0	24	8
変数 $\underline{x}_4$	4	4	0	1	0	48	12
$\underline{x}_5$	2	1	0	0	1	22	22
$-z$	-1	-2	0	0	0	0	

- $\underline{x}_5 = 0$ になるまで x_2 を増加させると,
 $x_2 = 22$

シンプレックス法

◆新たな基底変数の増加量の決定

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
基底変数 x_3	1	3	1	0	0	24	8
x_4	4	4	0	1	0	48	12
x_5	2	1	0	0	1	22	22
$-z$	-1	-2	0	0	0	0	

- 3本の等式制約および非負条件を満たすためには,
 x_2 の増加は $\min\{8, 12, 22\} = 8$

シンプレックス法

◆基底変数の交換対象の決定

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5		
基底 x_3	1	*3	1	0	0	24	8
変数 x_4	4	4	0	1	0	48	12
x_5	2	1	0	0	1	22	22
$-z$	-1	-2	0	0	0	0	

- x_2 が基底変数になり, x_3 が非基底変数になる
- 「 x_2 が基底に入る」, 「 x_3 が基底から出る」

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
基底 x_3	1	3	1	0	0	24
変数 x_4	4	4	0	1	0	48
x_5	2	1	0	0	1	22
$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- x_3 の行 $\times 1/3$ する

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
基底 x_3	1/3	1	1/3	0	0	8
変数 x_4	4	4	0	1	0	48
x_5	2	1	0	0	1	22
$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- x_3 の行 $\times 1/3$ した

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
基底 x_3	1/3	1	1/3	0	0	8
変数 x_4	4	4	0	1	0	48
x_5	2	1	0	0	1	22
$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- x_4 の行から, x_3 の行 $\times 4$ を引く

シンプレックス法

◆ピボット操作

$$\frac{1}{3}x_1 + x_2 + \frac{1}{3}\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 8 \quad (1)$$

$$4x_1 + 4x_2 + 0\underline{x}_3 + \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 48 \quad (2)$$

↓

$$(2) - (1) \times 4$$

$$\frac{8}{3}x_1 + 0x_2 - \frac{4}{3}\underline{x}_3 + \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 16$$

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
基底 x_3	1/3	1	1/3	0	0	8
変数 x_4	8/3	0	-4/3	1	0	16
x_5	2	1	0	0	1	22
$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- x_4 の行から, x_3 の行 $\times 4$ を引いた

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
基底 x_3	1/3	1	1/3	0	0	8
変数 x_4	8/3	0	-4/3	1	0	16
x_5	2	1	0	0	1	22
$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- x_5 の行から, x_3 の行を引く

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
基底 x_3	$1/3$	1	$1/3$	0	0	8
変数 x_4	$8/3$	0	$-4/3$	1	0	16
x_5	$5/3$	0	$-1/3$	0	1	14
$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- x_5 の行から, x_3 の行を引いた

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
基底変数 x_3	1/3	1	1/3	0	0	8
x_4	8/3	0	-4/3	1	0	16
x_5	5/3	0	-1/3	0	1	14
$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- $-z$ の行から, x_3 の行 $\times (-2)$ を引く

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
基底 x_3	1/3	1	1/3	0	0	8
変数 x_4	8/3	0	-4/3	1	0	16
x_5	5/3	0	-1/3	0	1	14
$-z$	-1/3	0	2/3	0	0	16

- $-z$ の行から, x_3 の行 $\times (-2)$ を引いた

シンプレックス法

◆基底の交換

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 x_2	$1/3$	1	$1/3$	0	0	8
変数 $\underline{x}_4$	$8/3$	0	$-4/3$	1	0	16
$\underline{x}_5$	$5/3$	0	$-1/3$	0	1	14
$-z$	$-1/3$	0	$2/3$	0	0	16

シンプレックス法

◆目的関数の改善

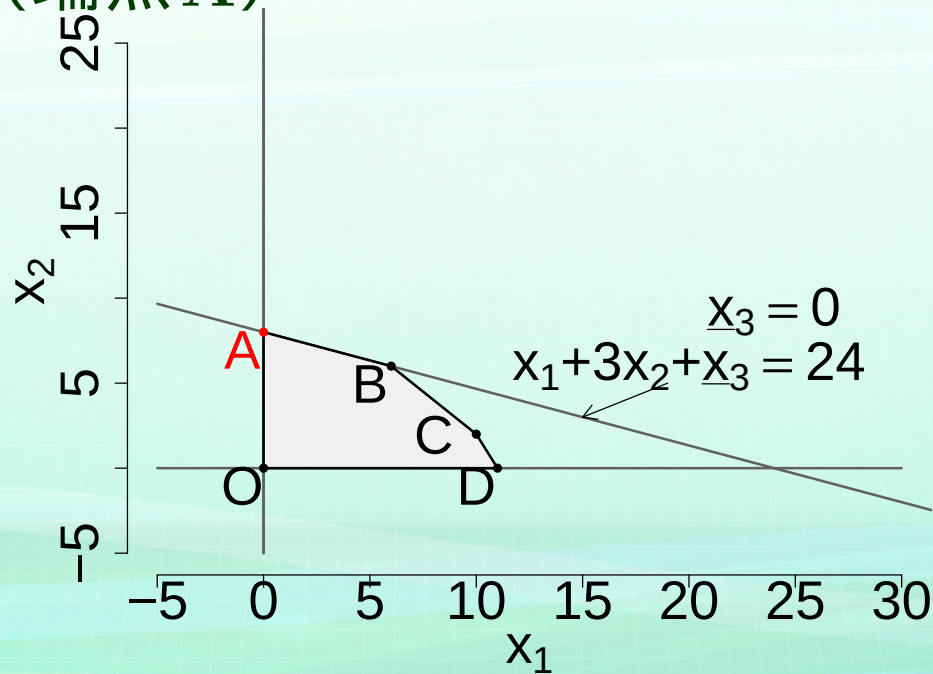
	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 x_2	$1/3$	1	$1/3$	0	0	8
変数 $\underline{x}_4$	$8/3$	0	$-4/3$	1	0	16
$\underline{x}_5$	$5/3$	0	$-1/3$	0	1	14
$-z$	$-1/3$	0	$2/3$	0	0	16

$$(x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5) = (0, 8, 0, 16, 14)$$

$$-z + \left(-\frac{1}{3}x_1 + 0x_2 + \frac{2}{3}\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_0\right) = -z = 16$$

シンプレックス法

◆基底解 (端点 A)



基底の交換（2回目）

シンプレックス法

◆非基底変数の選択

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 x_2	1/3	1	1/3	0	0	8
変数 $\underline{x}_4$	8/3	0	-4/3	1	0	16
$\underline{x}_5$	5/3	0	-1/3	0	1	14
$-z$	-1/3	0	2/3	0	0	16

$$-z + \left(-\frac{1}{3}\mathbf{x}_1 + 0x_2 + \frac{2}{3}\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5\right) = 16$$

シンプレックス法

◆新たな基底変数の増加量の決定

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底変数 x_2	1/3	1	1/3	0	0	8
$\underline{x}_4$	8/3	0	-4/3	1	0	16
$\underline{x}_5$	5/3	0	-1/3	0	1	14
$-z$	-1/3	0	2/3	0	0	16

- $x_2 = 0$ になるまで x_1 を増加させると,
 $x_1 = 8/(1/3) = 24$

シンプレックス法

◆新たな基底変数の増加量の決定

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$		
基底 x_2	1/3	1	1/3	0	0	8	24
変数 $\underline{x}_4$	8/3	0	-4/3	1	0	16	6
$\underline{x}_5$	5/3	0	-1/3	0	1	14	
$-z$	-1/3	0	2/3	0	0	16	

- $\underline{x}_4 = 0$ になるまで x_1 を増加させると,
 $x_1 = 16/(8/3) = 6$

シンプレックス法

◆新たな基底変数の増加量の決定

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$		
基底変数 x_2	1/3	1	1/3	0	0	8	24
$\underline{x}_4$	8/3	0	-4/3	1	0	16	6
$\underline{x}_5$	5/3	0	-1/3	0	1	14	42/5
$-z$	-1/3	0	2/3	0	0	16	

- $\underline{x}_5 = 0$ になるまで x_1 を増加させると,
 $x_1 = 14 / (5/3) = 42/5$

シンプレックス法

◆基底変数の交換対象の決定

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$		
基底変数 x_2	1/3	1	1/3	0	0	8	24
$\underline{x}_4$	8/3	0	-4/3	1	0	16	6
$\underline{x}_5$	5/3	0	-1/3	0	1	14	42/5
$-z$	-1/3	0	2/3	0	0	16	

- 3本の等式制約および非負条件を満たすためには,
 x_1 の増加は $\min\{24, 6, 42/5\} = 6$

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
基底 x_2	1/3	1	1/3	0	0	8
変数 x_4	*8/3	0	-4/3	1	0	16
x_5	5/3	0	-1/3	0	1	14
$-z$	-1/3	0	2/3	0	0	16

- x_4 の行 $\times 3/8$ する

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 x_2	$1/3$	1	$1/3$	0	0	8
変数 $\underline{x}_4$	1	0	$-1/2$	$3/8$	0	6
$\underline{x}_5$	$5/3$	0	$-1/3$	0	1	14
$-z$	$-1/3$	0	$2/3$	0	0	16

- $\underline{x}_4$ の行 $\times 3/8$ した

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 x_2	1/3	1	1/3	0	0	8
変数 $\underline{x}_4$	1	0	-1/2	3/8	0	6
$\underline{x}_5$	5/3	0	-1/3	0	1	14
$-z$	-1/3	0	2/3	0	0	16

- x_2 の行から $\underline{x}_4$ の行 $\times (1/3)$ を 引く

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 x_2	0	1	$1/2$	$-1/8$	0	6
変数 $\underline{x}_4$	1	0	$-1/2$	$3/8$	0	6
$\underline{x}_5$	$5/3$	0	$-1/3$	0	1	14
$-z$	$-1/3$	0	$2/3$	0	0	16

- x_2 の行から $\underline{x}_4$ の行 $\times (1/3)$ を 引いた

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 x_2	0	1	$1/2$	$-1/8$	0	6
変数 $\underline{x}_4$	1	0	$-1/2$	$3/8$	0	6
$\underline{x}_5$	$5/3$	0	$-1/3$	0	1	14
$-z$	$-1/3$	0	$2/3$	0	0	16

- $\underline{x}_5$ の行から $\underline{x}_4$ の行 $\times (5/3)$ を引く

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 x_2	0	1	$1/2$	$-1/8$	0	6
変数 $\underline{x}_4$	1	0	$-1/2$	$3/8$	0	6
$\underline{x}_5$	0	0	$1/2$	$-5/8$	1	4
$-z$	$-1/3$	0	$2/3$	0	0	16

- $\underline{x}_5$ の行から $\underline{x}_4$ の行 $\times (5/3)$ を引いた

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 x_2	0	1	1/2	-1/8	0	6
変数 $\underline{x}_4$	1	0	-1/2	3/8	0	6
$\underline{x}_5$	0	0	1/2	-5/8	1	4
$-z$	-1/3	0	2/3	0	0	16

- $-z$ の行から $\underline{x}_4$ の行 $\times (-1/3)$ を引く

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	
基底変数 x_2	0	1	$1/2$	$-1/8$	0	6
x_4	1	0	$-1/2$	$3/8$	0	6
x_5	0	0	$1/2$	$-5/8$	1	4
$-z$	0	0	$1/2$	$1/8$	0	18

- $-z$ の行から x_4 の行 $\times (-1/3)$ を引いた

シンプレックス法

◆ピボット操作

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底変数 x_2	0	1	1/2	-1/8	0	6
x_1	1	0	-1/2	3/8	0	6
$\underline{x}_5$	0	0	1/2	-5/8	1	4
$-z$	0	0	1/2	1/8	0	18

$$(x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5) = (6, 6, 0, 0, 4)$$

シンプレックス法

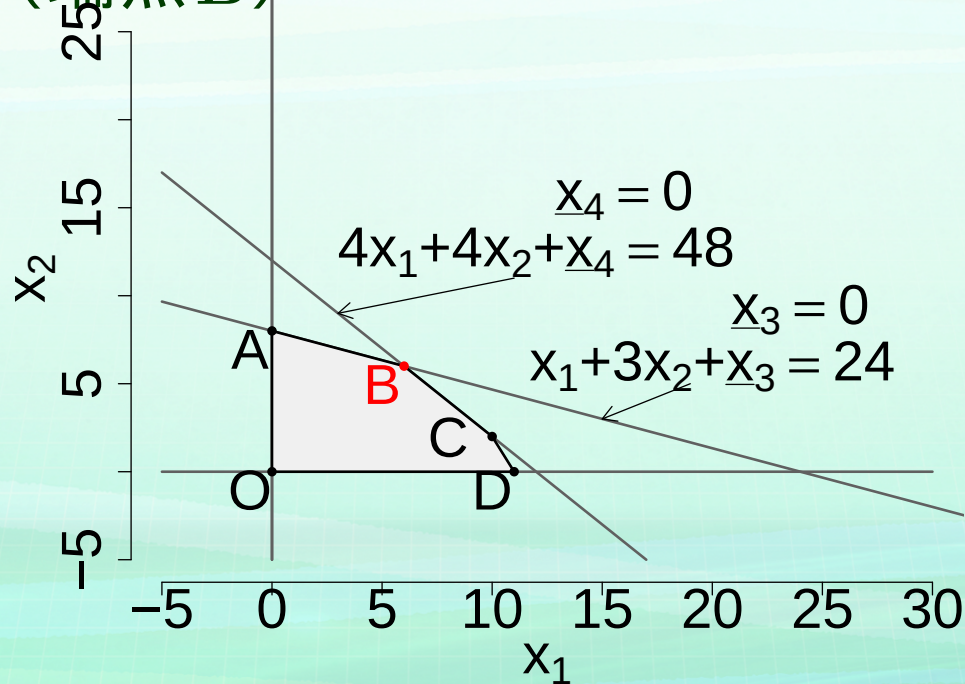
◆ 目的関数の改善

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 変数 x_2	0	1	$1/2$	$-1/8$	0	6
x_1	1	0	$-1/2$	$3/8$	0	6
$\underline{x}_5$	0	0	$1/2$	$-5/8$	1	4
$-z$	0	0	$1/2$	$1/8$	0	18

$$-z + (0x_1 + 0x_2 + \frac{1}{2}\underline{x}_3 + \frac{1}{8}\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5) = -z = 18$$

シンプレックス法

◆基底解 (端点B)



シンプレックス法

◆計算終了

	x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底 x_2	0	1	1/2	-1/8	0	6
変数 x_1	1	0	-1/2	3/8	0	6
$\underline{x}_5$	0	0	1/2	-5/8	1	4
$-z$	0	0	1/2	1/8	0	18

$$-z + (0x_1 + 0x_2 + \frac{1}{2}\underline{x}_3 + \frac{1}{8}\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5) = -z = 18$$

- 目的関数に負の係数なし
→ これ以上目的関数を改善できない

シンプレックス法

◆最適解におけるスラック変数の値

最小化 $z = -x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5$ 利益 $\times (-1)$

制約条件 $x_1 + 3x_2 + \underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 24$ 使用原料

$4x_1 + 4x_2 + 0\underline{x}_3 + \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 48$ 労働時間

$2x_1 + x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + \underline{x}_5 = 22$ 機械稼働時間

$x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5 \geq 0$

最適解 $(x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5) = (6, 6, 0, 0, 4)$