線形最適化問題

生産計画問題

- 製品P1をx_1 (kg)，P2をx_2 (kg)生産する

最大化	$z = x_1 + 2x_2$	1日あたりの利益
制約条件	$x_1 + 3x_2 \leq 24$	使用原料制約
	$4x_1 + 4x_2 \leq 48$	労働時間制約
	$2x_1 + x_2 \leq 22$	機械稼働時間制約
	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	非負条件

線形最適化問題

一般的な線形最適化問題

- 最小化問題
- 制約式の右辺は非負
- 決定変数は非負

に限定しても一般性を失わない

線形最適化問題

最小化問題版生産計画問題

最小化	$z = -x_1 - 2x_2$	1日あたりの利益$\times(-1)$
制約条件	$x_1 + 3x_2 \leq 24$	使用原料制約
	$4x_1 + 4x_2 \leq 48$	労働時間制約
	$2x_1 + x_2 \leq 22$	機械稼働時間制約
	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	非負条件

線形最適化問題

最小化	$z = -x_1 - 2x_2$	目的
制約条件	$x_1 + 3x_2 \leq 24$	制約1
	$4x_1 + 4x_2 \leq 48$	制約2
	$2x_1 + x_2 \leq 22$	制約3
	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	非負条件

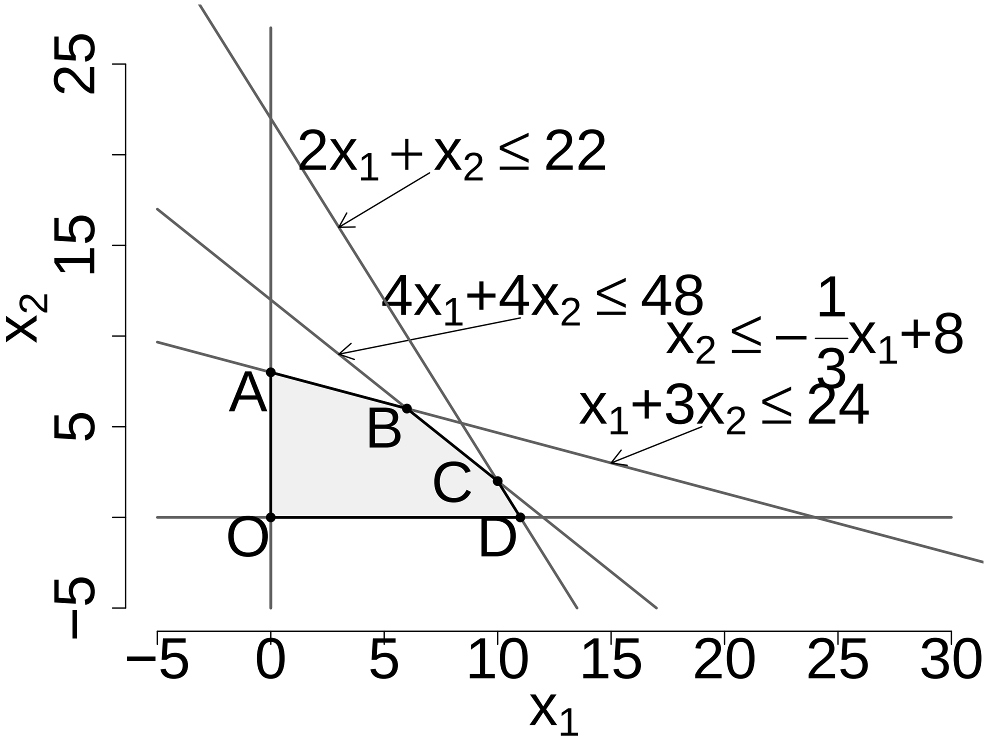
線形最適化問題の解

線形計画問題の解

線形計画問題

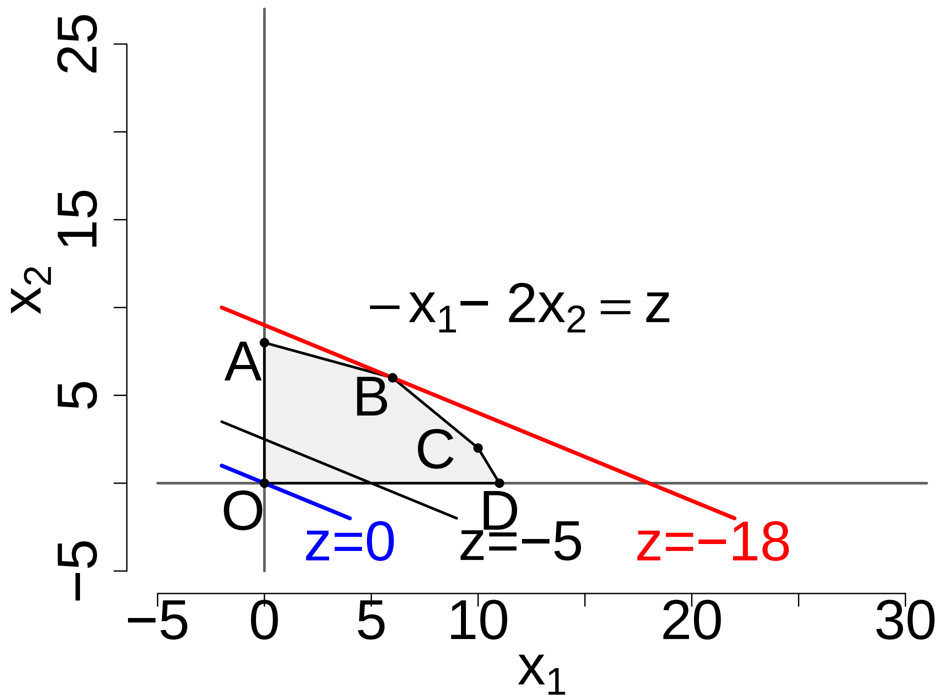
最小化	$z = -x_1 - 2x_2$	目的
制約条件	$x_1 + 3x_2 \leq 24$	制約1
	$4x_1 + 4x_2 \leq 48$	制約2
	$2x_1 + x_2 \leq 22$	制約3
	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	非負条件

線形最適化問題の解

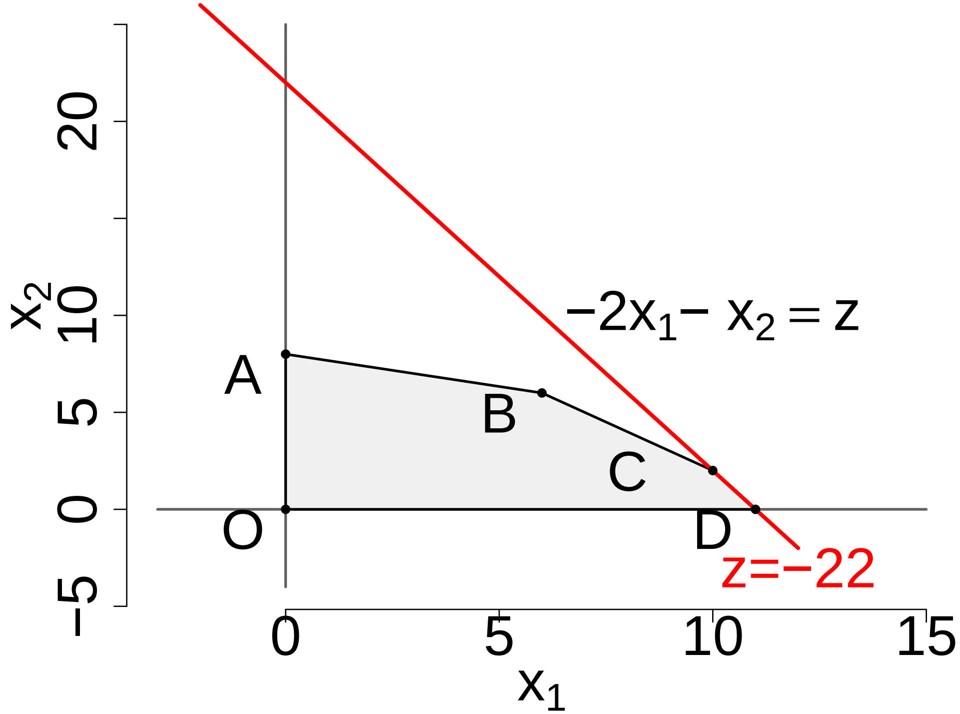


$2x_1 + x_2 \le 22$
$4x_1+4x_2 \le 48$
$x_2 \le -\frac{1}{3}x_1+8$
$x_1+3x_2 \le 24$
A
B
C
D
O
x_1
x_2
−5
0
5
10
15
20
25
30
−5
5
15
25

線形最適化問題の解



線形最適化問題の解



標準形

$$
\begin{array}{rl}
\text{最小化} & z = c_1x_1 + c_2x_2 + \cdots + c_nx_n \\
\text{制約条件} & a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1 \\
& \vdots \\
& a_{m_11}x_1 + a_{m_12}x_2 + \cdots + a_{m_1n}x_n = b_{m_1} \\
& \vdots \\
& a_{m_21}x_1 + a_{m_22}x_2 + \cdots + a_{m_2n}x_n \geq b_{m_2} \\
& \vdots \\
& x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \cdots, x_n \geq 0 \\
& b_1 \geq 0, b_2 \geq 0, \cdots, b_m \geq 0
\end{array}
$$

標準形

- 非負条件以外の制約が等式制約

標準形

スラック変数の導入

- 不等式制約

$$a_1x_1 + a_2x_2 \leq b$$

- スラック変数と呼ばれる非負変数$\underline{x}_3$を用いて

$$a_1x_1 + a_2x_2 + \underline{x}_3 = b$$

標準形

余裕変数の導入

- 不等式制約,

$$a_1x_1 + a_2x_2 \geq b$$

- 余裕変数と呼ばれる非負変数 $\bar{x}_4$ を導入して,

$$a_1x_1 + a_2x_2 - \bar{x}_4 = b$$

標準形

$$
\begin{aligned}
\text{最小化} \quad & z = -x_1 - 2x_2 \\
\text{制約条件} \quad & x_1 + 3x_2 \leq 24 \\
& 4x_1 + 4x_2 \leq 48 \\
& 2x_1 + x_2 \leq 22 \\
& x_1 \geq 0, x_2 \geq 0
\end{aligned}
$$

を標準形に変換

標準形

$$
\begin{aligned}
\text{最小化} \quad & z = -x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 \\
\text{制約条件} \quad & x_1 + 3x_2 + \underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 24 \\
& 4x_1 + 4x_2 + 0\underline{x}_3 + \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 48 \\
& 2x_1 + x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + \underline{x}_5 = 22 \\
& x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5 \geq 0
\end{aligned}
$$

シンプレックス法の考え方

シンプレックス法の考え方

等式制約…連立一次方程式

$$
\begin{array}{rl}
\text{最小化} & z = -x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 \\
\text{制約条件} & x_1 + 3x_2 + \underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 24 \\
& 4x_1 + 4x_2 + 0\underline{x}_3 + \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 48 \\
& 2x_1 + x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + \underline{x}_5 = 22 \\
& x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5 \geq 0
\end{array}
$$

- 等式制約が3本で変数が5個 … 解は一意でない
- 5個の変数のうち2個を0とおけば解は一意

シンプレックス法の考え方

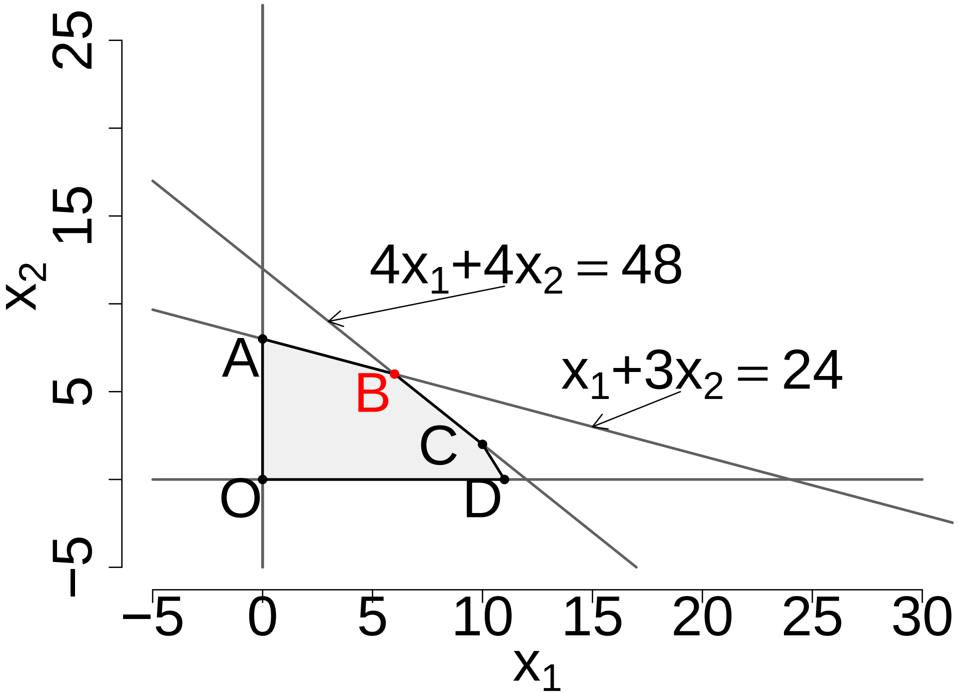
基底変数，基底解

- 等式制約が3本で変数が5個 ⋯ 解は一意でない
- 5個の変数のうち2個を0とおけば解は一意

0とおかなかった変数	基底変数
0とおいた変数	非基底変数
その連立方程式の解	基底解
非負条件を満たす基底解	実行可能基底解
非負条件を満たさない基底解	実行不能基底解

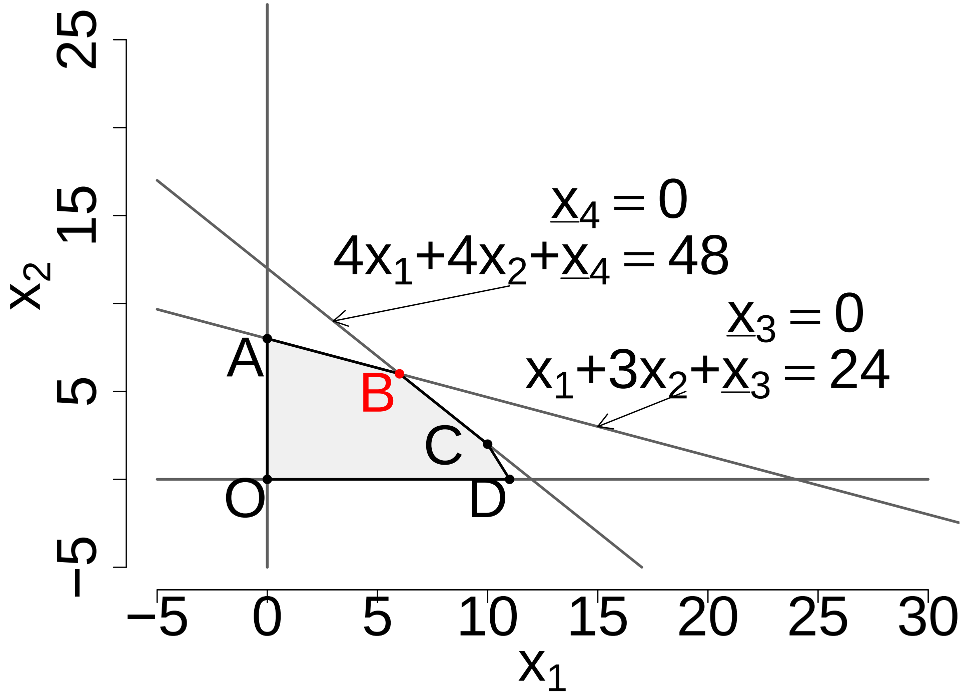
シンプレックス法の考え方

基底解



シンプレックス法の考え方

基底解



シンプレックス法の考え方

- 実行可能基底解（実行可能領域の端点）から，隣接する端点のうち目的関数の値を改善する端点へ移動
- 移動を繰り返し，最適解に到達

シンプレックス法の考え方

- 線形計画問題は解の逐次的な改善により必ず最適解に到達
- すべての実行可能基底解を試すことなく最適解を得る…効率的

シンプレックス法

問題

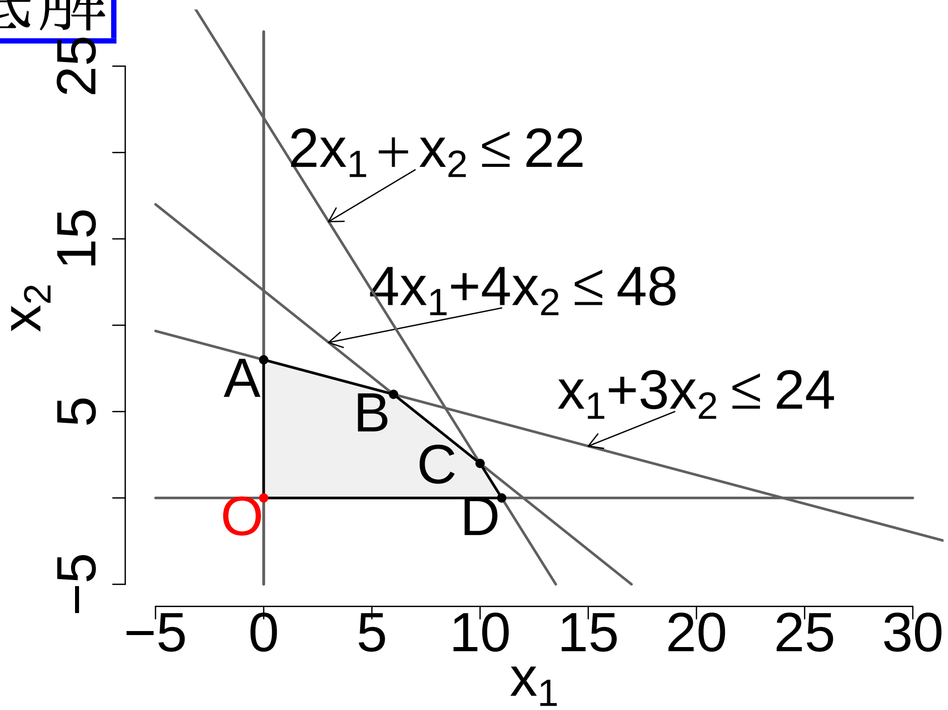
$$
\begin{array}{rl}
\text{最小化} & z = -x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 \\
\text{制約条件} & x_1 + 3x_2 + \underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 24 \\
& 4x_1 + 4x_2 + 0\underline{x}_3 + \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 48 \\
& 2x_1 + x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + \underline{x}_5 = 22 \\
& x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5 \geq 0
\end{array}
$$

自明な実行可能基底解

$$(x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5) = (0, 0, 24, 48, 22)$$

シンプレックス法

（初期）基底解



シンプレックス法

初期シンプレックス・タブロー(端点O)

		x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底変数	$\underline{x}_3$	1	3	1	0	0	24
	$\underline{x}_4$	4	4	0	1	0	48
	$\underline{x}_5$	2	1	0	0	1	22
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0

$$-z + (-x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5) = 0$$

テロップ「基底の交換（１回目）

シンプレックス法

非基底変数の選択

		x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底	$\underline{x}_3$	1	3	1	0	0	24
変数	$\underline{x}_4$	4	4	0	1	0	48
	$\underline{x}_5$	2	1	0	0	1	22
	$-z$	-1	$*-2$	0	0	0	0

$$-z + (-x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5) = 0$$

シンプレックス法

新たな基底変数の増加量の決定

$$x_1 + 3x_2 + \underline{x_3} = 24$$

- 現在$\underline{x_3} = 24$
- x_2を1増加させると左辺の値は3増加するので，
  等式を成立させるためには$\underline{x_3}$を3減少
- 非負条件があるので，$\underline{x_3} = 0$になるまで
  x_2を増加させると，$x_2 = 24/3 = 8$

シンプレックス法

新たな基底変数の増加量の決定

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$		
基底	$\underline{x_3}$	1	3	1	0	0	24	8
変数	$\underline{x_4}$	4	4	0	1	0	48	
	$\underline{x_5}$	2	1	0	0	1	22	
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0	

- $\underline{x_3} = 0$になるまでx_2を増加させると，
  $x_2 = 24/3 = 8$

シンプレックス法

新たな基底変数の増加量の決定

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$		
基底変数	$\underline{x_3}$	1	3	1	0	0	24	8
	$\underline{x_4}$	4	4	0	1	0	48	12
	$\underline{x_5}$	2	1	0	0	1	22	
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0	

- $\underline{x_4} = 0$になるまでx_2を増加させると，
  $x_2 = 48/4 = 12$

シンプレックス法

新たな基底変数の増加量の決定

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$		
基底変数	$\underline{x_3}$	1	3	1	0	0	24	8
	$\underline{x_4}$	4	4	0	1	0	48	12
	$\underline{x_5}$	2	1	0	0	1	22	22
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0	

- $\underline{x_5} = 0$になるまでx_2を増加させると，
  $x_2 = 22$

シンプレックス法

新たな基底変数の増加量の決定

		x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$		
基底変数	$\underline{x}_3$	1	3	1	0	0	24	8
	$\underline{x}_4$	4	4	0	1	0	48	12
	$\underline{x}_5$	2	1	0	0	1	22	22
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0	

- 3本の等式制約および非負条件を満たすためには，
  x_2の増加は$\min\{8, 12, 22\} = 8$

シンプレックス法

基底変数の交換対象の決定

		x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$		
基底変数	$\underline{x}_3$	1	*3	1	0	0	24	8
	$\underline{x}_4$	4	4	0	1	0	48	12
	$\underline{x}_5$	2	1	0	0	1	22	22
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0	

- x_2が基底変数になり，$\underline{x}_3$が非基底変数になる
- 「x_2が基底に入る」,「$\underline{x}_3$が基底から出る」

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底変数	$\underline{x_3}$	1	3	1	0	0	24
	$\underline{x_4}$	4	4	0	1	0	48
	$\underline{x_5}$	2	1	0	0	1	22
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- $\underline{x_3}$の行$\times 1/3$する

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底変数	$\underline{x_3}$	$1/3$	1	$1/3$	0	0	8
	$\underline{x_4}$	4	4	0	1	0	48
	$\underline{x_5}$	2	1	0	0	1	22
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- $\underline{x_3}$ の行 $\times 1/3$ した

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底	$\underline{x_3}$	1/3	1	1/3	0	0	8
変数	$\underline{x_4}$	4	4	0	1	0	48
	$\underline{x_5}$	2	1	0	0	1	22
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- $\underline{x_4}$の行から，$\underline{x_3}$の行$\times 4$を引く

シンプレックス法

ピボット操作

$$
\begin{aligned}
\tfrac{1}{3}x_1 + x_2 + \tfrac{1}{3}\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 &= 8 \quad (1)\\
4x_1 + 4x_2 + 0\underline{x}_3 + \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 &= 48 \quad (2)\\
\Downarrow \qquad & \qquad\quad (2) - (1) \times 4\\
\tfrac{8}{3}x_1 + 0x_2 - \tfrac{4}{3}\underline{x}_3 + \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 &= 16
\end{aligned}
$$

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底	$\underline{x_3}$	1/3	1	1/3	0	0	8
変数	$\underline{x_4}$	8/3	0	-4/3	1	0	16
	$\underline{x_5}$	2	1	0	0	1	22
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- $\underline{x_4}$の行から，$\underline{x_3}$の行$\times 4$を引いた

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底変数	$\underline{x_3}$	1/3	1	1/3	0	0	8
	$\underline{x_4}$	8/3	0	-4/3	1	0	16
	$\underline{x_5}$	2	1	0	0	1	22
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- $\underline{x_5}$の行から，$\underline{x_3}$の行を引く

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底変数	$\underline{x_3}$	1/3	1	1/3	0	0	8
	$\underline{x_4}$	8/3	0	-4/3	1	0	16
	$\underline{x_5}$	5/3	0	-1/3	0	1	14
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- $\underline{x_5}$の行から，$\underline{x_3}$の行を引いた

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底	$\underline{x_3}$	1/3	1	1/3	0	0	8
変数	$\underline{x_4}$	8/3	0	-4/3	1	0	16
	$\underline{x_5}$	5/3	0	-1/3	0	1	14
	$-z$	-1	-2	0	0	0	0

- $-z$の行から，$\underline{x_3}$の行$\times(-2)$を引く

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底	$\underline{x}_3$	$1/3$	1	$1/3$	0	0	8
変数	$\underline{x}_4$	$8/3$	0	-$4/3$	1	0	16
	$\underline{x}_5$	$5/3$	0	-$1/3$	0	1	14
	$-z$	$-1/3$	0	$2/3$	0	0	16

- $-z$の行から，$\underline{x}_3$の行$\times(-2)$を引いた

シンプレックス法

基底の交換

	x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底 x_2	1/3	1	1/3	0	0	8
変数 $\underline{x_4}$	8/3	0	-4/3	1	0	16
$\underline{x_5}$	5/3	0	-1/3	0	1	14
$-z$	$-1/3$	0	2/3	0	0	16

シンプレックス法

目的関数の改善

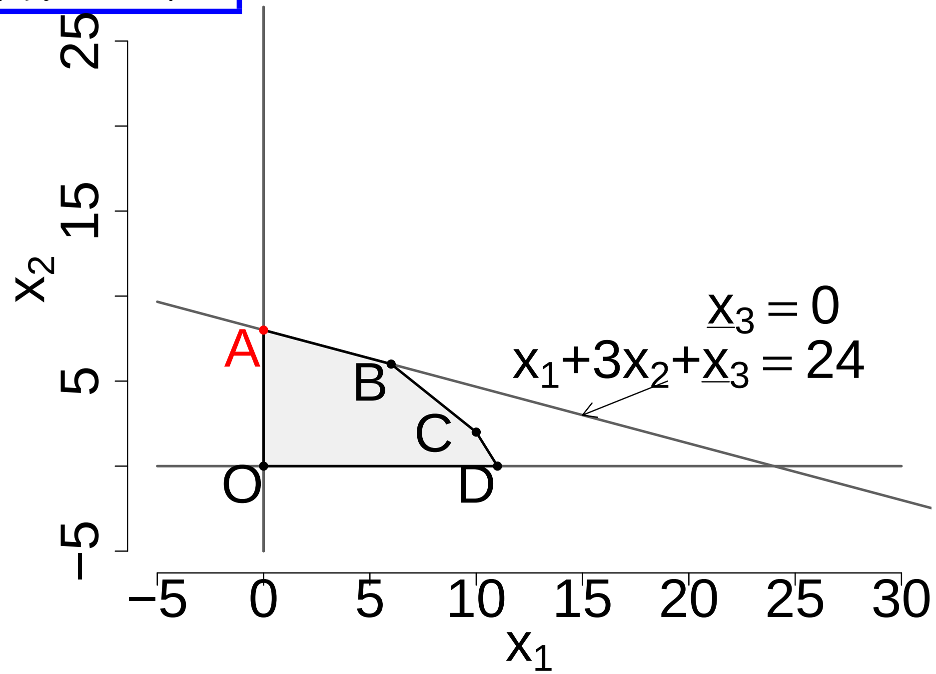
		x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底	x_2	1/3	1	1/3	0	0	8
変数	$\underline{x}_4$	8/3	0	-4/3	1	0	16
	$\underline{x}_5$	5/3	0	-1/3	0	1	14
	$-z$	$-1/3$	0	$2/3$	0	0	16

$$(x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5) = (0, 8, 0, 16, 14)$$

$$-z + (-\frac{1}{3}x_1 + 0x_2 + 2/3\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_0) = -z = 16$$

シンプレックス法

基底解（端点A）



基底の交換（2回目）

シンプレックス法

非基底変数の選択

		x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底	x_2	$1/3$	1	$1/3$	0	0	8
変数	$\underline{x}_4$	$8/3$	0	$-4/3$	1	0	16
	$\underline{x}_5$	$5/3$	0	$-1/3$	0	1	14
	$-z$	$-1/3$	0	$2/3$	0	0	16

$$-z + \left(-\frac{1}{3}x_1 + 0x_2 + \frac{2}{3}\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5\right) = 16$$

シンプレックス法

新たな基底変数の増加量の決定

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$		
基底	x_2	1/3	1	1/3	0	0	8	24
変数	$\underline{x_4}$	8/3	0	-4/3	1	0	16	
	$\underline{x_5}$	5/3	0	-1/3	0	1	14	
	$-z$	$-1/3$	0	2/3	0	0	16	

- $x_2 = 0$になるまでx_1を増加させると，
  $x_1 = 8/(1/3) = 24$

シンプレックス法

新たな基底変数の増加量の決定

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$		
基底	x_2	1/3	1	1/3	0	0	8	24
変数	$\underline{x_4}$	8/3	0	-4/3	1	0	16	6
	$\underline{x_5}$	5/3	0	-1/3	0	1	14	
	$-z$	$-1/3$	0	2/3	0	0	16	

- $\underline{x_4} = 0$になるまでx_1を増加させると，
  $x_1 = 16/(8/3) = 6$

シンプレックス法

新たな基底変数の増加量の決定

		x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$		
基底変数	x_2	1/3	1	1/3	0	0	8	24
	$\underline{x}_4$	8/3	0	-4/3	1	0	16	6
	$\underline{x}_5$	5/3	0	-1/3	0	1	14	42/5
$-z$		$-1/3$	0	2/3	0	0	16	

- $\underline{x}_5 = 0$になるまでx_1を増加させると，
  $x_1 = 14/(5/3) = 42/5$

シンプレックス法

基底変数の交換対象の決定

	x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$		
基底 x_2	1/3	1	1/3	0	0	8	24
変数 $\underline{x_4}$	8/3	0	-4/3	1	0	16	6
$\underline{x_5}$	5/3	0	-1/3	0	1	14	42/5
$-z$	$-1/3$	0	2/3	0	0	16	

- 3本の等式制約および非負条件を満たすためには，x_1の増加は$\min\{24, 6, 42/5\} = 6$

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底	x_2	1/3	1	1/3	0	0	8
変数	$\underline{x}_4$	*8/3	0	-4/3	1	0	16
	$\underline{x}_5$	5/3	0	-1/3	0	1	14
	$-z$	$-1/3$	0	2/3	0	0	16

- $\underline{x}_4$の行$\times 3/8$する

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底	x_2	1/3	1	1/3	0	0	8
変数	$\underline{x_4}$	1	0	-1/2	3/8	0	6
	$\underline{x_5}$	5/3	0	-1/3	0	1	14
	$-z$	$-1/3$	0	2/3	0	0	16

- $\underline{x_4}$ の行 $\times 3/8$ した

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底	x_2	1/3	1	1/3	0	0	8
変数	$\underline{x_4}$	1	0	-1/2	3/8	0	6
	$\underline{x_5}$	5/3	0	-1/3	0	1	14
	$-z$	$-1/3$	0	2/3	0	0	16

- x_2 の行から $\underline{x_4}$ の行 $\times(1/3)$ を 引く

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底	x_2	0	1	1/2	-1/8	0	6
変数	$\underline{x_4}$	1	0	-1/2	3/8	0	6
	$\underline{x_5}$	5/3	0	-1/3	0	1	14
	$-z$	$-1/3$	0	2/3	0	0	16

- x_2 の行から $\underline{x_4}$ の行 $\times(1/3)$ を 引いた

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底	x_2	0	1	1/2	-1/8	0	6
変数	$\underline{x_4}$	1	0	-1/2	3/8	0	6
	$\underline{x_5}$	5/3	0	-1/3	0	1	14
	$-z$	$-1/3$	0	2/3	0	0	16

- $\underline{x_5}$ の行から $\underline{x_4}$ の行 $\times(5/3)$ を引く

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底	x_2	0	1	1/2	-1/8	0	6
変数	$\underline{x_4}$	1	0	-1/2	3/8	0	6
	$\underline{x_5}$	0	0	1/2	-5/8	1	4
	$-z$	$-1/3$	0	2/3	0	0	16

- $\underline{x_5}$ の行から $\underline{x_4}$ の行 $\times(5/3)$ を引いた

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底	x_2	0	1	1/2	-1/8	0	6
変数	$\underline{x_4}$	1	0	-1/2	3/8	0	6
	$\underline{x_5}$	0	0	1/2	-5/8	1	4
	$-z$	$-1/3$	0	2/3	0	0	16

- $-z$の行から$\underline{x_4}$の行$\times(-1/3)$を引く

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底	x_2	0	1	1/2	-1/8	0	6
変数	$\underline{x_4}$	1	0	-1/2	3/8	0	6
	$\underline{x_5}$	0	0	1/2	-5/8	1	4
	$-z$	0	0	1/2	1/8	0	18

- $-z$の行から$\underline{x_4}$の行$\times(-1/3)$を引いた

シンプレックス法

ピボット操作

		x_1	x_2	$\underline{x}_3$	$\underline{x}_4$	$\underline{x}_5$	
基底	x_2	0	1	1/2	-1/8	0	6
変数	x_1	1	0	-1/2	3/8	0	6
	$\underline{x}_5$	0	0	1/2	-5/8	1	4
	$-z$	0	0	1/2	1/8	0	18

$$(x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5) = (6, 6, 0, 0, 4)$$

シンプレックス法

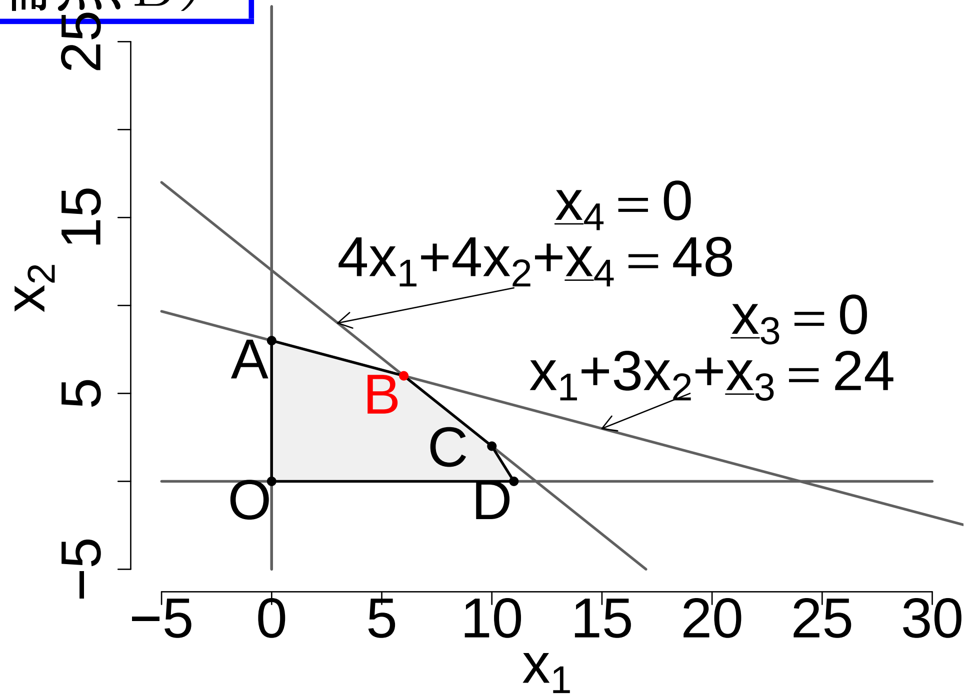
目的関数の改善

		x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底	x_2	0	1	1/2	-1/8	0	6
変数	x_1	1	0	-1/2	3/8	0	6
	$\underline{x_5}$	0	0	1/2	-5/8	1	4
	$-z$	0	0	1/2	1/8	0	18

$$-z + \left(0x_1 + 0x_2 + \frac{1}{2}\underline{x_3} + \frac{1}{8}\underline{x_4} + 0\underline{x_5}\right) = -z = 18$$

シンプレックス法

基底解（端点B）



シンプレックス法

計算終了

	x_1	x_2	$\underline{x_3}$	$\underline{x_4}$	$\underline{x_5}$	
基底変数 x_2	0	1	1/2	-1/8	0	6
x_1	1	0	-1/2	3/8	0	6
$\underline{x_5}$	0	0	1/2	-5/8	1	4
$-z$	0	0	1/2	1/8	0	18

$$-z + \left(0x_1 + 0x_2 + \frac{1}{2}\underline{x_3} + \frac{1}{8}\underline{x_4} + 0\underline{x_5}\right) = -z = 18$$

- 目的関数に負の係数なし
  $\rightarrow$ これ以上目的関数を改善できない

シンプレックス法

最適解におけるスラック変数の値

$$
\begin{array}{lll}
\text{最小化} & z = -\ x_1 - 2x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 & \text{利益} \times (-1) \\
\text{制約条件} & x_1 + 3x_2 + \ \underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 24 & \text{使用原料} \\
& 4x_1 + 4x_2 + 0\underline{x}_3 + \ \underline{x}_4 + 0\underline{x}_5 = 48 & \text{労働時間} \\
& 2x_1 + \ x_2 + 0\underline{x}_3 + 0\underline{x}_4 + \ \underline{x}_5 = 22 & \text{機械稼働時間} \\
& x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5 \geq 0 &
\end{array}
$$

$$
\text{最適解}\ (x_1, x_2, \underline{x}_3, \underline{x}_4, \underline{x}_5) = (6, 6, 0, 0, 4)
$$