

Excel ソルバーによる線形計画問題，整数計画問題の解き方

ソルバー アドインのインストール

ソルバー アドインがインストールされていない場合はインストールする。

Excel のセル

Excel はセルにデータを入力する。セルは行 (数字) と列 (アルファベット) からなるアドレスにより特定される。例えば，図 1 で黒枠で囲まれた「0」^(注1)のセルのアドレスは「B8」である。

図 1

ソルバーを用いて線形計画問題を解く手続き

次の線形計画問題をソルバーを用いて解く手続きを説明する。

最小化	$z = -2x_1 - 3x_2$	目的関数
制約条件	$x_1 + 3x_2 \leq 24$	制約式 (1)
	$4x_1 + 4x_2 \leq 48$	制約式 (2)
	$2x_1 + x_2 \leq 22$	制約式 (3)
	$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$	非負条件

ソルバーを用いて線形計画問題を解く手続き (スプレッドシートへの入力-1)

各決定変数にセルを割り当てる (図 2)

線形計画問題の決定変数 x_1, x_2 をセル B2 と C2 に割り当てる。これらのセルには初期値として 0 を設定しておく。ここで，セル B1 と C1 に表示している x_1 と x_2 は単なるラベルで，実際の変数の値はセル B2 と C2 に入る。

目的関数と制約式左辺の係数を入力 (図 2)

目的関数の決定変数 x_1, x_2 にかかる係数をセル B3 とセル C3 に入力する。同様に，制約式 (1)~(3) の 3 本の不等式制約の左辺の係数を，各々セル B4 とセル C4，セル B5 とセル C5，セル B6 とセル C6 に入力する。

図 2

ソルバーを用いて線形計画問題を解く手続き (スプレッドシートへの入力-2)

目的関数の定義 (図 3)

目的関数を定義するために，セル B8 に次の関数式を入力する。

$$=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2, B3:C3)$$

SUMPRODUCT 関数は，セル B2 から C2 とセル B3 から C3 の各要素の積和，すなわち $B2 \times B3 + C2 \times C3$ を計算することによって，目的関数 $-2x_1 - 3x_2$ を定義する。

(注0) : 「一次式と Excel で問題解決」第 1 回配布資料 ※本資料は毎回持参のこと。

(注1) : 本当は上部の「=SUMPRODUCT(...)」だが

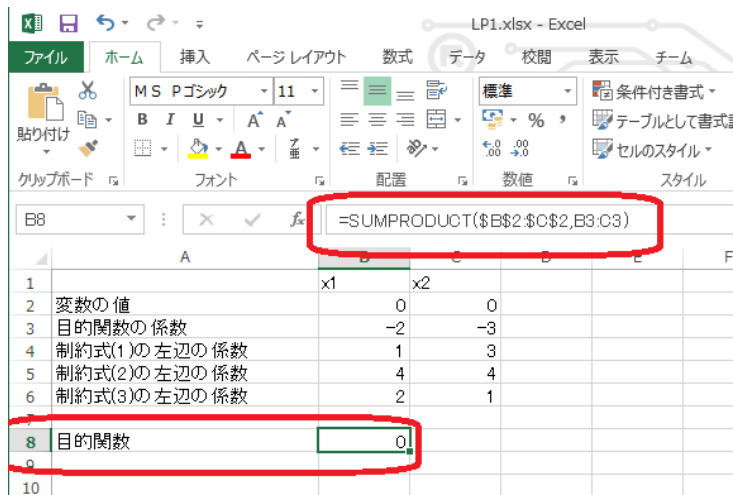


図 3

制約式左辺の関数の定義 (図 4)

\$B\$2 のように\$記号がついていると「絶対アドレス」を表し, B3 のように\$記号がついていないと「相対アドレス」を表す。

このように定義しておく, セル B8 をコピーして, セル B9 から B11 までペーストすれば, 制約式左辺の関数を適切に定義できる。つまり, 決定変数 x_1, x_2 の値は常にセル B2 とセル C2 に固定で, 係数は目的関数や各制約式ごとに異なるようにコピーされる。実際のセル B9 から B11 の内容は,

$$=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2, B4:C4)$$

$$=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2, B5:C5)$$

$$=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2, B6:C6)$$

となる^(注2)。図 4 に示すように, B8 セルの右下隅をドラッグすることによっても, コピー&ペーストと同様の入力ができる。

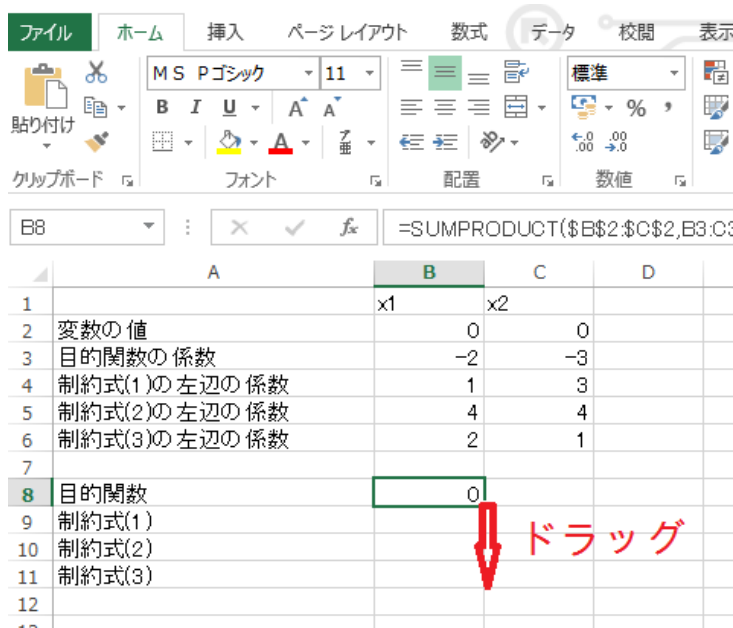


図 4

(注2) : B2:C2 をマウスでドラッグして選択して, F4 キーを押すと絶対アドレスになる。

制約式右辺の入力 (図 5)

セル D9 からセル D11 に制約式右辺の値を入力する。

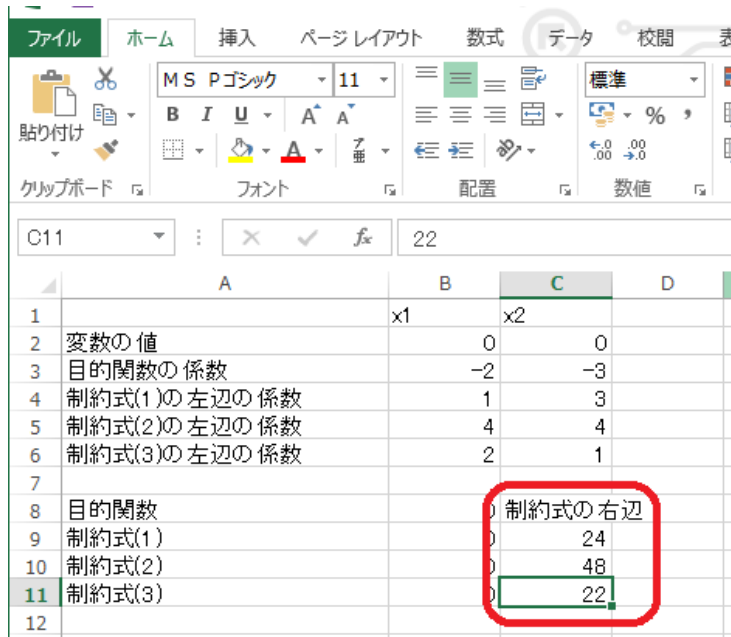


図 5

ソルバーのパラメータ設定画面で線形計画問題を定義 (1)

図 6 に示すように, ソルバーの「データ」タブ (ほぼ最上部中央) をクリックして, 「ソルバー」 (その下右部) をクリックすると, パラメータ設定画面が表示される。

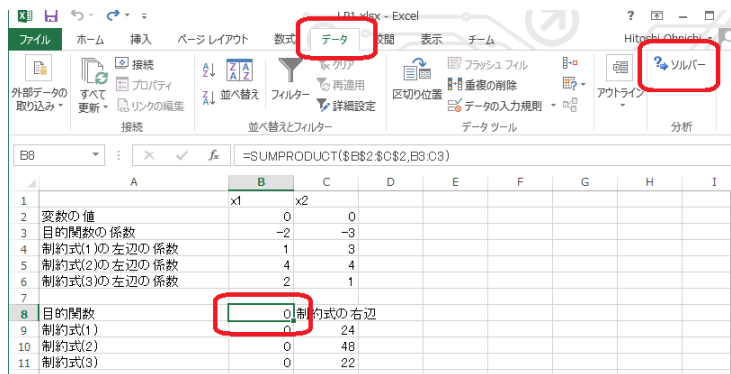


図 6

目的セル (図 7)

「目的セル」に目的関数を定義したアドレス B8 を指定する。最小化問題なので, 最小値ボタンをチェックする。

変化させるセル (図 8)

「変化させるセル」には決定変数 x_1, x_2 のセルのアドレス \$B\$2:\$C\$2 を指定する。

制約条件 (図 9)

「制約条件」のボックスにおいては, 「追加」ボタンをクリックした後, 3 本の制約式左辺のセルのアドレス B9:B11 と, 制約式右辺のセルのアドレス C9:C11 を指定し, 不等号 <= を選択する。

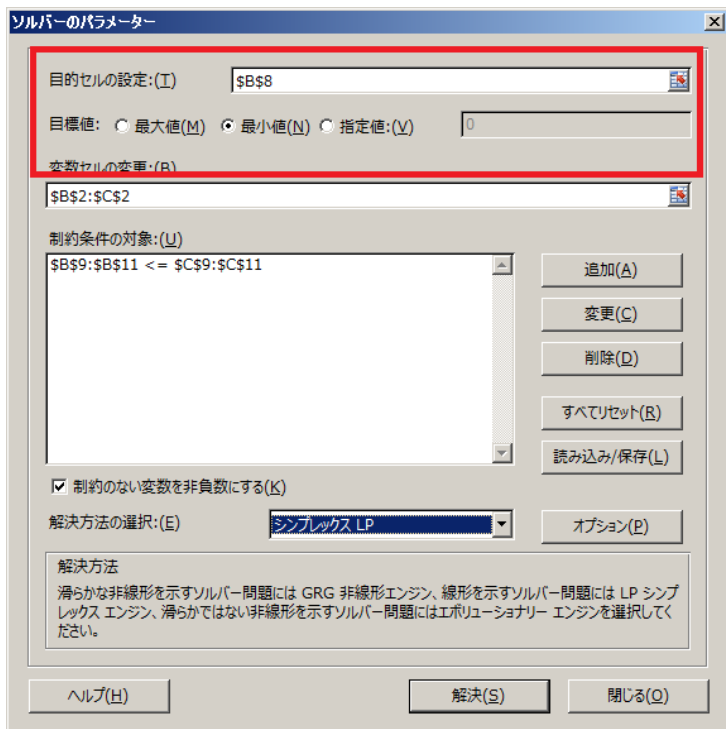


図 7

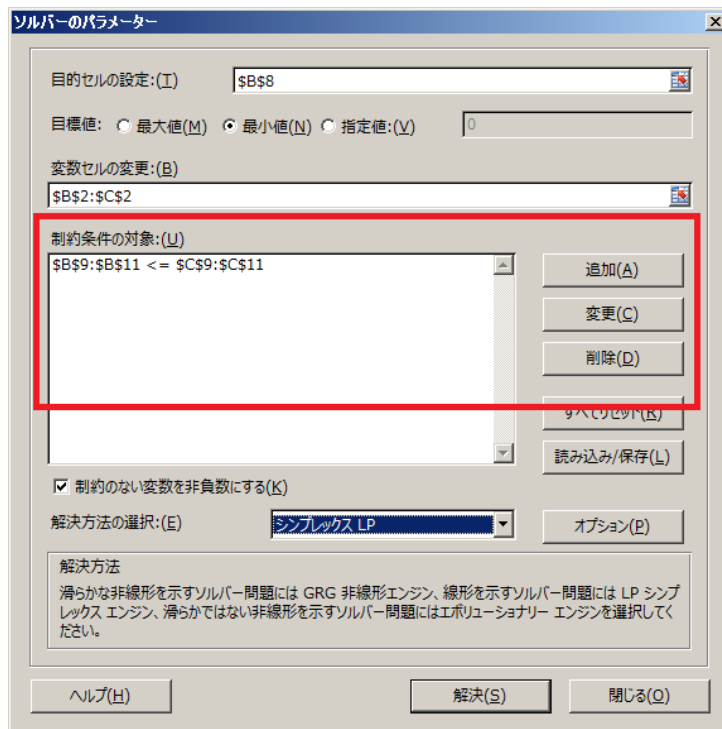


図 9

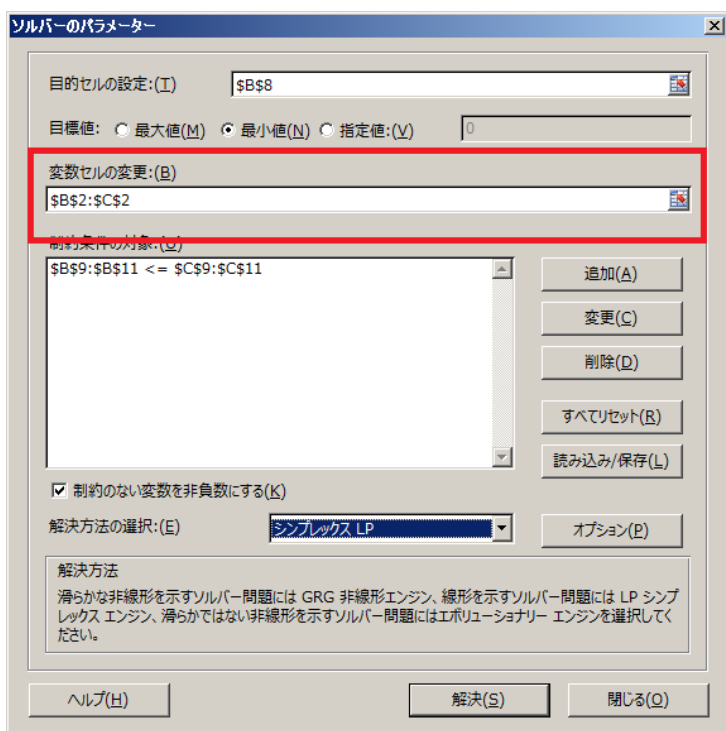


図 8

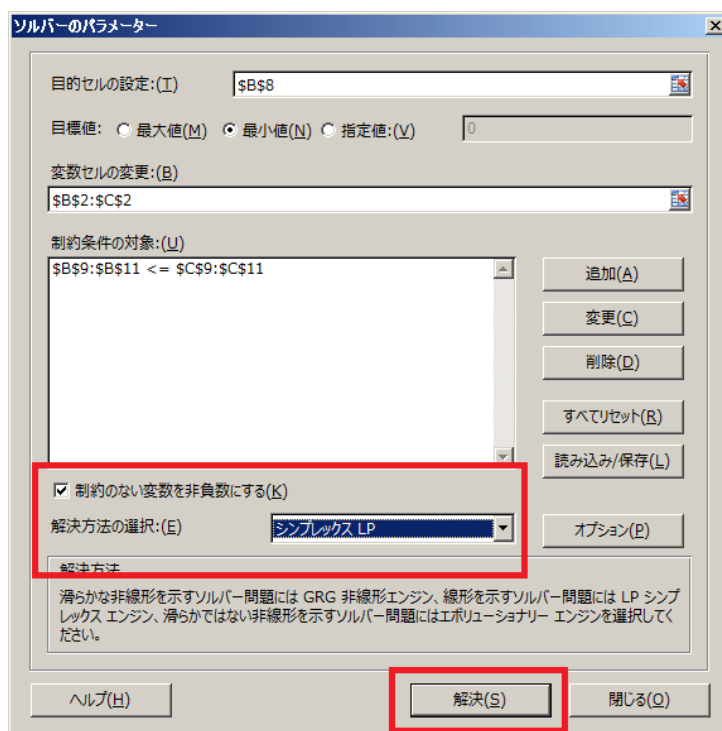


図 10

オプションの設定と実行 (図 10)

「解決方法の選択」は線形計画問題なので「シンプレックス LP」を選択する。また、変数の非負条件は「制約のない変数を非負数にする」をチェックする。「解決」ボタンをクリックすることにより最適解の計算が行われる。

結果の表示 (図 11)

「実行」ボタンを押す。「最適解が見つかりました。制約条件はすべて

を満たされました。」という表示が出たら、「解を記入する」をチェックし、「レポート」の中の「解答」「感度」「条件」を選択して、「OK」ボタンを押す。

スプレッドシートの決定変数 x_1, x_2 のセル B2 と C2 に最適解が表示される。また、目的関数のセル B8 に目的関数の最適値が表示される (図 12)。この問題の解は $(x_1, x_2) = (6, 6)$ で、この時の目的関数の値は -30 である。

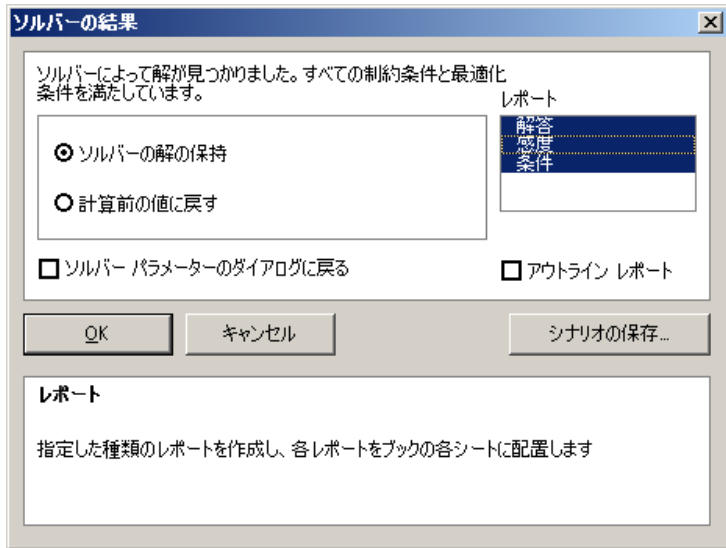


図 11

「解答レポート」「感度レポート」「条件レポート」により詳細な情報が表示される^(注3)。

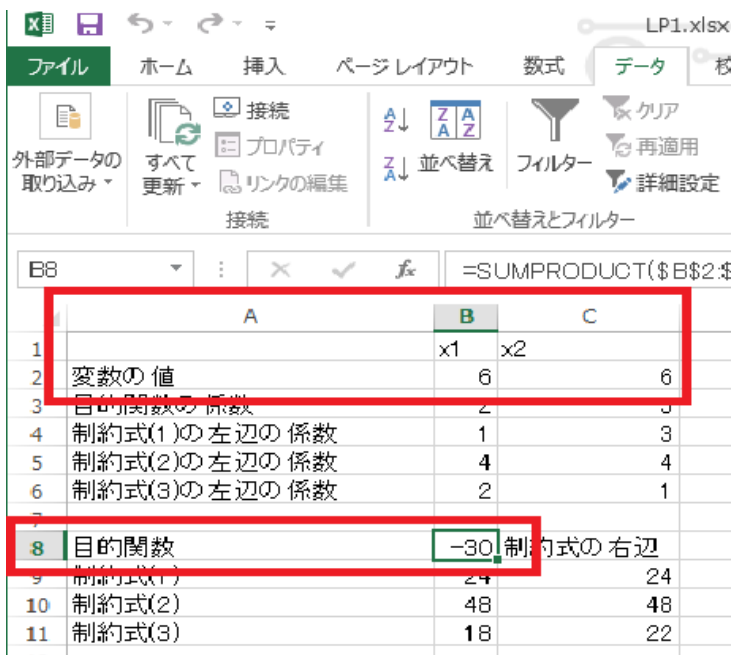


図 12

ソルバーを用いて整数計画問題を解く手続き

次の整数計画問題をソルバーを用いて解く手続きを説明する。

$$\begin{array}{ll}
 \text{最小化} & z = -2x_1 - 3x_2 \quad \text{目的関数} \\
 \text{制約条件} & x_1 + 3x_2 \leq 24 \quad \text{制約式 (1)} \\
 & 4x_1 + 4x_2 \leq 4 \quad \text{制約式 (2)} \\
 & 2x_1 + x_2 \leq 22 \quad \text{制約式 (3)} \\
 & x_1, x_2 \text{ は非負整数} \quad \text{非負整数条件}
 \end{array}$$

スプレッドシートへの入力，ソルバーの呼び出し(図 2～6)，目的セ

(注3)：感度分析については，機会があれば説明する。

ル(図 7)，変化させるセル(図 8)の入力までは線形計画の場合と同じである。また，整数条件以外の制約の入力，解決方法の選択，非負条件の設定も線形計画問題と同じである(図 9)。

整数条件を入力するには，「制約条件」のボックスの「追加」ボタンをクリックし，「制約条件の追加」ダイアログを出す。「セル参照」には整数条件を指定する変数(ここでは，\$B\$2:\$C\$2)を入力する。その右の欄(先ほど不等号を選択した欄)は「int」を選択すると，「制約条件」は自動的に「整数」となる^(注4)。

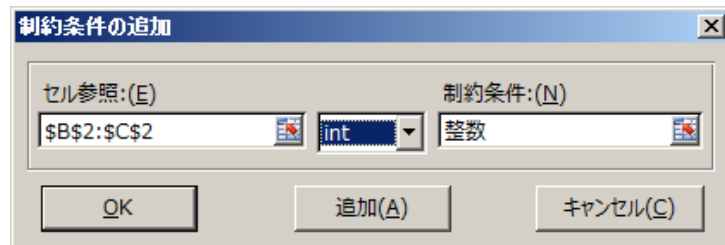


図 13

「OK」ボタンを押すと，(非負の指定が無い)整数条件が加わっている(図 14)。

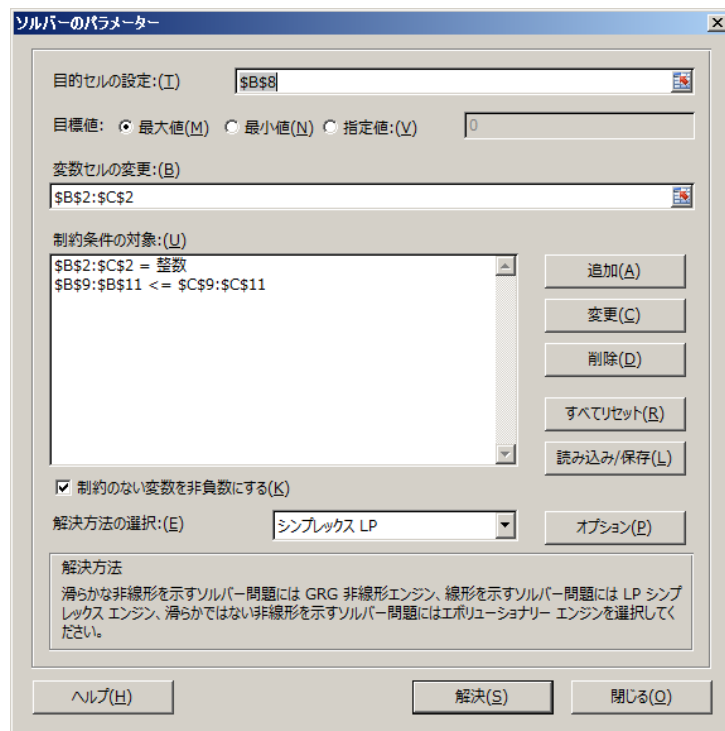


図 14

「解決」ボタンを押すと最適解が計算される。この例では線形計画問題と同じ最適解が得られる。これでは面白くないので，係数や制約式右辺の値を変更して，整数条件の有無により最適解が変わることを確認するとよい。

(注4)：「int」ではなく bin を選択すると，制約条件は「バイナリ」になる。この場合，変数は 0 か 1 の 2 値となる。