Excel ソルバーによる線形計画問題,整数計画問題の 解き方

ソルバー アドインのインストール

ソルバー アドインがインストールされていない場合はインストール する.

Excel のセル

Excel はセルにデータを入力する. セルは行 (数字) と列 (アルファ ベット)からなるアドレスにより特定される. 例えば,図1で黒枠で囲 まれた「0」 $(^{(\pm 1)}$ のセルのアドレスは「B8」である.

M 1 2 13 1	LP1.XISX -	ΕX
ファイル ホーム 挿入 ページ レイアウト F N P MS P コシック 11 * B I U A ND/01/1 * A	数式 データ 校開 ▲ R 二 二 二 二 二 二 二 二 一 一 一 一 一 一 一 一 一 一 一 一	,
	配置 「3 数値	
B8 ▼ : X ✓ f∗ =S	SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C	\$2
A	ВСЕ)
1		
2 変数の値	0 0	
3 目的関数の係数	-2 -3	
4 制約式(1)の左辺の係数	1 3	
5 制約式(2)の左辺の係数	4 4	
6 制約式(3)の左辺の係数	2 1	
8 目的関数	01割約式の右辺	
→ 制約式(1)	24	
10 制約式(2)	0 48	
11 制約式(3)	0 22	
12		
13		

図 1

ソルバーを用いて線形計画問題を解く手続き

次の線形計画問題をソルバーを用いて解く手続きを説明する.

最小化	$z = -2x_1 - 3x_2$	目的関数
制約条件	$x_1 + 3x_2 \le 24$	制約式 (1)
	$4x_1 + 4x_2 \le 48$	制約式 (2)
	$2x_1 + x_2 \leq 22$	制約式 (3)
	$x_1 \ge 0, x_2 \ge 0$	非負条件

ソルバーを用いて線形計画問題を解く手続き (スプレッ ドシートへの入力-1)

各決定変数にセルを割り当てる (図 2)

線形計画問題の決定変数 x_1, x_2 をセル B2 と C2 に割り当てる. こ れらのセルには初期値として 0 を設定しておく. ここで, セル B1 と C1 に表示している x1 と x2 は単なるラベルで, 実際の変数の値はセル B2 と C2 に入る.

目的関数と制約式左辺の係数を入力 (図2)

目的関数の決定変数 x₁, x₂ にかかる係数をセル B3 とセル C3 に入 力する. 同様に,制約式 (1)~(3) の 3 本の不等式制約の左辺の係数を, 各々セル B4 とセル C4, セル B5 とセル C5, セル B6 とセル C6 に入 力する.



図 2

ソルバーを用いて線形計画問題を解く手続き (スプレッ ドシートへの入力-2)

目的関数の定義(図3)

目的関数を定義するために、セル B8 に次の関数式を入力する.

=SUMPRODUCT(B2:C2, B3:C3)

SUMPRODUCT 関数は、セル B2 から C2 とセル B3 から C3 の各要素の積和、すなわち B2× B3 + C2× C3 を計算することによって、目的関数 $-2x_1 - 3x_2$ を定義する.

⁽注0): 「一次式と Excel で問題解決」第1回配布資料 ※本資料は毎回持参のこと.

⁽注1):本当は上部の「=SUMPRODUCT(...」だが

x∎	🗄 🕤 🕆 🖓 🖓		LP1.xlsx - Exce	
771	(ル ホーム 挿入 ページレイ	アウト 数式 デ	ータ 校閲	表示 チーム
貼りた クリッフ	$\begin{array}{c c} & & \\ & & \\ & & \\ \hline \\ & \\ & \\ & \\ & \\ &$	· = = = 計 = = = 目 · · 伝 :	標準 ▼ い ・ ※ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ・ ※ ※ ・ * ・ ※ ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * ・ * * * * * * * * * * * * *	 ・記録を作付き書式 ▼ ・ ・ ・
B8	▼ : × √ fx	SUMPRODUC	T(\$B\$2:\$C\$2,E	3:03)
	A		Ð	F
1		x1 x2		
2	変数の値	0	0	
3	目的関数の係数	-2	-3	
4	制約式(1)の左辺の係数	1	3	
5	制約式(2)の左辺の係数	4	4	
6	制約式(3)の左辺の係数	2	1	
-				
8	目的関数	0		
0				
10				
	図	3		

制約式左辺の関数の定義 (図 4)

\$B\$2のように\$記号がついていると「絶対アドレス」を表し, B3のように\$記号がついていないと「相対アドレス」を表す.

このように定義しておくと, セル B8 をコピーして, セル B9 から B11 までペーストすれば, 制約式左辺の関数を適切に定義できる. つ まり, 決定変数 x1, x2 の値は常にセル B2 とセル C2 に固定で, 係数は 目的関数や各制約式ごとに異なるようにコピーされる. 実際のセル B9 から B11 の内容は,

> =SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2, B4:C4) =SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2, B5:C5) =SUMPRODUCT(\$B\$2:\$C\$2, B6:C6)

となる^(注2).図4に示すように,B8セルの右下隅をドラッグすること によっても、コピー&ペーストと同様の入力ができる.



(注2): B2:C2 をマウスでドラッグして選択して、F4 キーを押すと絶対アドレスになる.

制約式右辺の入力 (図 5)

セル D9 からセル D11 に制約式右辺の値を入力する.

771	/ル ホーム 挿入 ページレイ	アウト 数式	データ	校閲表
脂り作	MS Pゴシック ▼ 11 Image: Second state ■ Image: Second state Image: Second state ■ Image: Second state </td <td></td> <td>≣ ǰ (∰ ≣ Ē + ⊊ ≫ - 50</td> <td>集 ▼ ▼ % ></td>		≣ ǰ (∰ ≣ Ē + ⊊ ≫ - 50	集 ▼ ▼ % >
クリッフ	ボード は フォント	G 配置	Es.	数値 🕞
C11	$\overline{}$: \times \checkmark f_x	22		
	A	В	С	D
1		x1	x2	
2	変数の値	0	0	
3	目的関数の係数	-2	-3	
4	制約式(1)の左辺の係数	1	3	
5	制約式(2)の左辺の係数	4	4	
6	制約式(3)の左辺の係数	2	1	
7				
8	目的関数	1	制約式の右	辺
9	制約式(1)		24	
10	制約式(2)		48	
11	制約式(3)		22	
12				
		1		

図 5

ソルバーのパラメータ設定画面で線形計画問題を定義 (1)

図6に示すように、ソルバーの「データ」タブ(ほぼ最上部中央)を クリックして、「ソルバー」(その下右部)をクリックすると、パラメー タ設定画面が表示される.



目的セル (図 7)

「目的セル」に目的関数を定義したアドレス B8 を指定する. 最小化 問題なので,最小値ボタンをチェックする.

変化させるセル (図 8)

「変化させるセル」には決定変数 x1, x2 のセルのアドレス\$B\$2:\$C\$2 を指定する.

制約条件 (図 9)

「制約条件」のボックスにおいては、「追加」ボタンをクリックした後、3本の制約式左辺のセルのアドレス B9:B11と、制約式右辺のセルのアドレス C9:C11を指定し、不等号 <= を選択する.



ソルバーのパラメーター × 目的セルの設定:(T) \$B\$8 目標値: ○ 最大値(<u>M</u>) ● 最小値(<u>N</u>) ○ 指定値:(<u>V</u>) 0 変数セルの変更:(<u>B</u>) \$B\$2:\$C\$2 制約条件の対象:(U) \$B\$9:\$B\$11 <= \$C\$9:\$C\$11 * 追加(A) 変更(C) 削除(D) ヽ<u>゙</u>
(ビリビッド(<u>K</u>) -読み込み/保存(L) ▼ 制約のない変数を非負数にする(K) 解決方法の選択:(E) シンプレックス LP オプション(<u>P</u>) 解決方法 滑らかな非線形を示すソルバー問題には GRG 非線形エンジン、線形を示すソルバー問題には LP シンプ レックス エンジン、滑らかではない非線形を示すソルバー問題にはエボリューショナリー エンジンを選択してく ださい。 解決(<u>S</u>) ヘルプ(土) 閉じる(0)

図 9

ソルバーのパラメーター ソルバーのパラメーター × 目的セルの設定:(T) 目的セルの設定:(T) \$B\$8 . \$B\$8 . 目標値: ○ 最大値(<u>M</u>) ● 最小値(<u>N</u>) ○ 指定値:(<u>V</u>) 0 0 目標値: ○ 最大値(<u>M</u>) ● 最小値(<u>N</u>) ● 指定値:(<u>V</u>) 変数セルの変更:(B) 変数セルの変更:(<u>B</u>) \$B\$2:\$C\$2 \$B\$2:\$C\$2 制約条件の対象:(U) <u>ski(U)</u> \$B\$9:\$B\$11 <= \$C\$9:\$C\$11 * \$B\$9:\$B\$11 <= \$C\$9:\$C\$11 . 追加(A) 追加(<u>A</u>) 変更(C) 変更(<u>C</u>) 削除(D) 削除(D) すべてリセット(R) すべてリセット(<u>R</u>) 読み込み/保存(L) 読み込み/保存(<u>し</u>) ✓ 制約のない変数を非負数にする(K) ▼ 制約のない変数を非負数にする(K) 解決方法の選択:(E) 解決方法の選択:(E) シンプレックス LP シンプレックス LP -オプション(P) -オプション(P) 解決方法 滑らかな非線形を示すソルバー問題には GRG 非線形エンジン、線形を示すソルバー問題には LP シンプ レックス エンジン、滑らかではない非線形を示すソルバー問題にはエポリューショナリー エンジンを選択してく 滑らかな非線形を示すソルバー問題には GRG 非線形エンジン、線形を示すソルバー問題には LP シンプ レックス エンジン、滑らかではない非線形を示すソルバー問題にはエポリューショナリー エンジンを選択してく ださい。 ださい。 ∧ルプ(<u>H</u>) 解決(S) 閉じる(0) へルプ(<u>H</u>) 解決(S) 閉じる(0) **X** 8 図 10

オプションの設定と実行 (図 10)

「解決方法の選択」は線形計画問題なので「シンプレックス LP」を 選択する.また,変数の非負条件は「制約のない変数を非負数にする」 をチェックする.「解決」ボタンをクリックすることにより最適解の計算 が行われる.

結果の表示 (図 11)

「実行」ボタンを押す.「最適解が見つかりました.制約条件はすべ

て満たされました.」という表示が出たら、「解を記入する」をチェック し、「レポート」の中の「解答」「感度」「条件」を選択して、「OK」ボタ ンを押す.

スプレッドーシートの決定変数 x_1, x_2 のセル B2 と C2 に最適解が 表示される.また,目的関数のセル B8 に目的関数の最適値が表示される (図 12). この問題の解は $(x_1, x_2) = (6, 6)$ で,この時の目的関数の 値は -30 である.

×

ソルバーの結果	2
ソルバーによって解が見つかりました。すべての制約条件と最適 条件を満たしています。	がと レポート
● ソルバーの解の保持	解答 感度 条件
○計算前の値に戻す	
□ ソルバー パラメーターのダイアログに戻る	□ アウトライン レポート
<u>OK</u> キャンセル	シナリオの保存
レポート	
指定した種類のレポートを作成し、各レポートをブックの各シー	トに配置します

図 11

「解答レポート」「感度レポート」「条件レポート」により詳細な情報が表示される^(注3).

x		5-	ð -	Ŧ					LP1	.xlsx
771	1)L	ホーム		挿入	^~−	ジレイブ	アウト	数式	データ	の杉
「 外部う 取り込	〕 データの 込み ▼	「 すべて 更新、		接続 プロパラ リンクの	F₁ 編集	2↓ [∡↓ ₩	Z A A Z べ替え	7411/9-	 ヘリア つ 再適 ブ 詳細 	用 設定
			括	続			並	べ替えとフィ	ルター	
B8		~	:	\times	~	f_{x}	=S	UMPRO	DUCT(\$e	3\$2:\$
1 2 3 4 5 6	変数(日前約) 制約) 制約)	の値 <u>実鉄の</u> 式(1)の 式(2)の 式(3)の	「歳)左)左)左	A 辺の 係 辺の 係 辺の 係	数数数		B ×1 2 1 4 2	(x2	C 6 3 4 1	
8	目的	関数					-30	制的式(D右辺 24	
10	制約	式(2)					48		48	
11	制約	式(3)					18		22	
40	I			汊	12					

ソルバーを用いて整数計画問題を解く手続き

次の整数計画問題をソルバーを用いて解く手続きを説明する.

最小化	$z = -2x_1 - 3x_2$	目的関数
制約条件	$x_1 + 3x_2 \le 24$	制約式 (1)
	$4x_1 + 4x_2 \le 4$	制約式 (2)
	$2x_1 + x_2 \le 22$	制約式 (3)
	x_1, x_2 は非負整数	非負整数条件

スプレッドシートへの入力, ソルバーの呼び出し (図 2~6), 目的セ

ル (図 7),変化させるセル (図 8)の入力までは線形計画の場合と同じ である.また,整数条件以外の制約の入力,解決方法の選択,非負条 件の設定も線形計画問題と同じである (図 9).

整数条件を入力するには、「制約条件」のボックスの「追加」ボタン をクリックし、「制約条件の追加」ダイアログを出す、「セル参照」には 整数条件を指定する変数 (ここでは、\$B\$2:\$C\$2) を入力する. その右 の欄 (先ほど不等号を選択した欄) は「int」を選択すると、「制約条件 は」は自動的に「整数」となる^(注4).

制約条件の追加		×
セル参照:(<u>E)</u> \$B\$2:\$C\$2	制約条 Int 文	:件:(<u>N</u>)
ок		=====================================
	図 13	

「OK」ボタンを押すと、(非負の指定が無い)整数条件が加わっている (図 14).

ぃーのパラメー ター			
目的セルの設定:(T)	\$B\$8		<u>.</u>
目標値: • 最大値(<u>M)</u> • •	最小値(<u>N)</u> 〇 指定値:(<u>V</u>) 0	
変数セルの変更:(<u>B</u>)			
\$B\$2:\$C\$2			<u></u>
制約条件の対象:(<u>U</u>)			
\$B\$2:\$C\$2 = 整数 \$B\$9:\$B\$11 <= \$C\$9:\$C	\$11	*	追加(<u>A</u>)
			変更(<u>C</u>)
			削除(<u>D</u>)
			すべてリセット(<u>R</u>)
		v	読み込み/保存(<u>L</u>)
▶ 制約のない変数を非負数に	:する(<u>K)</u>		
解決方法の選択:(<u>E</u>)	シンプレックス LP	•	オプション(<u>P</u>)
解決方法 滑らかな非線形を示すソルパー レックス エンジン、滑らかではな ださい。	-問題には GRG 非線形エン・ い非線形を示すソルバー問題	ジン、線形を示すソル IIにはエボリューショナリ	バー問題には LP シンプ ー エンジンを選択してく
へ)レプ(<u>H</u>)		解決(<u>S</u>)	閉じる(<u>O</u>)

図 14

「解決」ボタンを押すと最適解が計算される.この例では線形計画 問題と同じ最適解が得られる.これでは面白くないので,係数や制約 式右辺の値を変更して,整数条件の有無により最適解が変わることを 確認するとよい.

(注4): 「int」ではなく bin を選択すると、制約条件は「パイナリ」になる. この場合、変数は 0 か 1 の 2 値となる.

-4 -

⁽注3):感度分析については、機会があれば説明する.