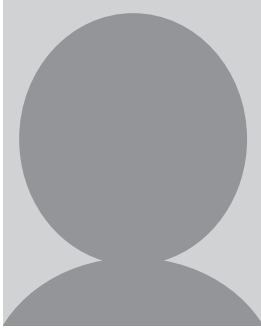
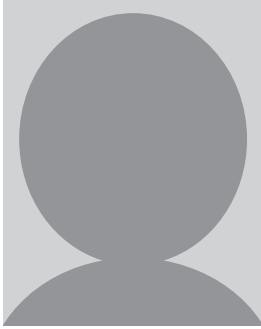


問題解決の数理（'17）

- 収録本番とは多少異なっていることがあります.
- 内容の間違いのご指摘は歓迎します.
- 「完全に無保証」です.



- 今回の講義では、在庫管理についてお話しします。
- 工場や店舗では、原材料や製品を保有し、倉庫などに保管しています。
- これらは商売の種であり、財産ではありますが、在庫を抱えることは、品物を保管するスペース、設備が必要になりますので、在庫はコストでもあります。
- 余計な在庫は保管コストの増加、それから時間経過による商品の価値低下などの問題を招きます。



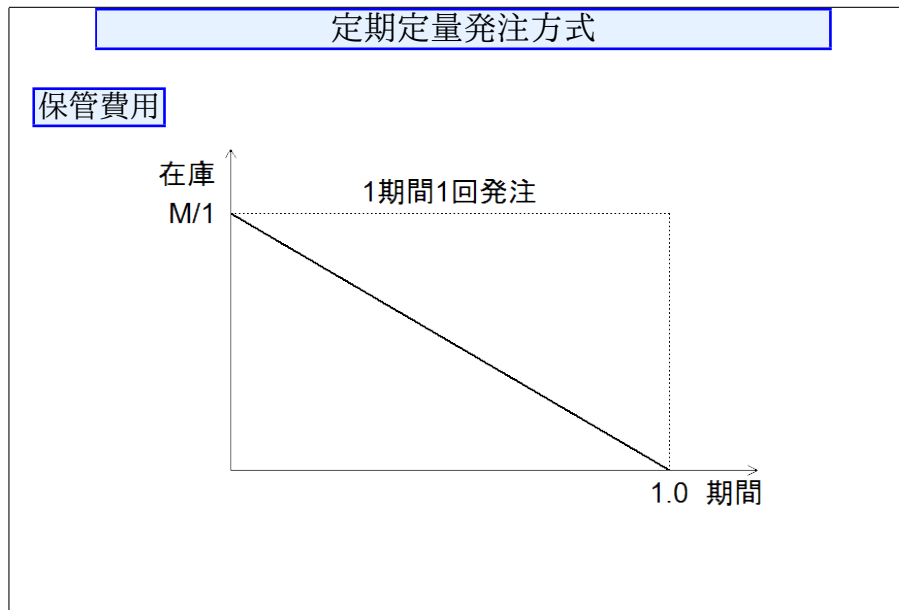
- 一方，在庫切れは生産や販売の機会の損失，それに伴い企業の信頼を損ねることにもなりかねません．
- したがって，在庫を適切に管理することが経営において重要です．
- 今回は，在庫管理の基本的なモデルについてお話しします．
- まず，最も基本的な在庫管理モデルである，定期定量発注方式についてお話しします．
-

定期定量発注方式

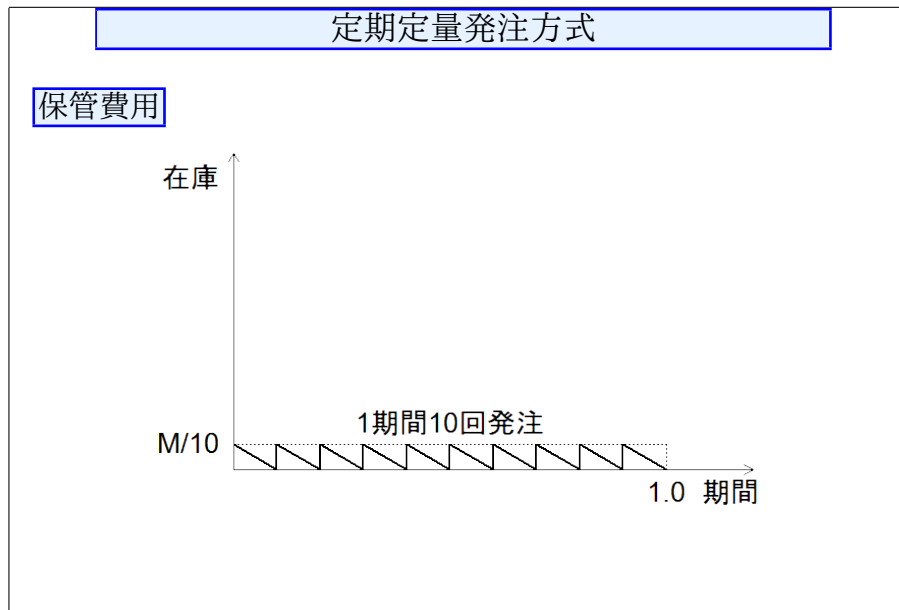
定期定量発注方式

- 工場で使用する原料は1期間で M (トン)
1期間の需要は M (トン)
- 原料は毎日同量ずつ使用され, 1期間で使い切る
- 原料 保管の費用は a (円/トン・期間)
- 原料を1回発注するたびに, 発注費用として b (円) がかかる
- 在庫切れすることなく, 原料にかかる1期間の総費用を最小にする発注の間隔と発注量を求めよ

- 定期定量発注方式は, 次のような在庫管理問題の, 最適な発注方式です.
- 工場における原料の在庫管理を考えます.
- 工場で使用する原料は1期間で M (トン), すなわち1期間の需要は M (トン) です.
- ここで, 1期間とは, 例えば1年間とか1ヵ月間といった, ある程度まとまった期間のことです.
- 原料は毎日同じ量が使用され, 1期間で M トンを使い切ります.
- 原料の1期間の保管費用は1トンあたり a (円) です.
- また, 原料を1回発注するたびに, 発注費用として b (円) かかります.
- 在庫切れすることなく, 原料の在庫管理にかかる1期間の総費用を最小にする発注の間隔と発注量を求めよ…という問題です.



- まず，保管費用について考えてみましょう．
- 1 期間の需要 M トンを一括で発注した場合，原料は毎日一定量が使用され，1 期間で使い切られることから，在庫は図に示すように直線的に減少します．
- 1 期間あたりの保管費用は，1 トンにつき a (円) かかりますから，1 期間の保管費用は 2 分の aM (円) となります．
- 保管費用は，在庫の直線と横軸，縦軸で囲まれた三角形の面積に比例します．



- 今度は、1 期間の需要 M を 10 回に分けて $M/10$ ずつ発注した場合を考えます。
- 10 回に分けて発注を行うことにより、在庫の直線と横軸、縦軸で囲まれた三角形の面積は小さくなり、面積の和も、明らかに先ほどの一括発注の場合の三角形の面積より小さくなっています。
- すなわち、1 期間の保管費用は安くなります。
- 三角形一つの面積は、10 分の $M \times 10$ 分の 1 期間割る 2、イコール 200 分の M となります。
- 三角形は 10 個ありますから、面積の和は 20 分の M となります。
- したがって、1 期間の保管費用は 20 分の aM (円) となります。
- 10 回に分けて発注を行うことにより、保管費用は一括発注の 10 分の 1 になりました。

定期定量発注方式

保管費用

- 1 期間の需要 M を n 回に分けて発注

$$a \left(\frac{M}{2n} \right)$$

発注費用

- 発注費用は b (円)
- 1 期間に n 回発注すると

$$bn$$

- これを一般化すると, 1 期間の需要 M を n 回に分けて, M/n ずつ発注した場合の, 1 期間の保管費用は $2n$ 分の aM となります.
- これは一括発注の場合の保管費用の n 分の 1 となります.
- 保管費用だけを考えるなら, 少量ずつ発注するのが有利になります.
- 一方, 発注費用に注目しますと, 発注には 1 回につき b 円かかることから, 1 期間に n 回発注すると発注費用は bn (円) になります.
- つまり, 発注費用に関しては, 発注回数を増やせば増やすほど発注費用が増加していきます.

定期定量発注方式

- 1 期間の在庫管理費用 C

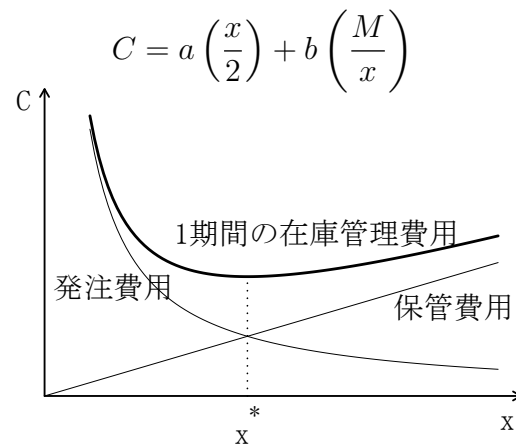
$$C = a \left(\frac{M}{2n} \right) + bn$$

- 1 回あたりの発注量 M/n を x と書くと,

$$C = a \left(\frac{x}{2} \right) + b \left(\frac{M}{x} \right)$$

- 1 期間の在庫管理費用 C は保管費用と発注費用の和ですから, このような式になります. 右辺の第 1 項が保管費用, 第 2 項が発注費用になります.
- ここで, 1 回あたりの発注量 M/n を x とおきますと, 下の式のように書くことができます.
- C と x の関係を図示しますと, 次のようになります.

定期定量発注方式



-
- 保管費用は,1回の発注量 x の・増・加・に・つ・れ・て・直・線・的・に・増・加・します。
-
- 一方,発注費用は,1回の発注量 x の・増・加・に・つ・れ・て・こ・の・曲・線・の・よ・う・に・減・少・します。
-
- 1期間の在庫管理費用 C は,保管費用と,発注費用の和で,こ・の・よ・う・な・曲線・になります。
- 保管費用の最小化と発注費用の最小化は両立しない,トレードオフの関係にあります。

定期定量発注方式

経済発注量

$$C = a \left(\frac{x}{2} \right) + b \left(\frac{M}{x} \right)$$

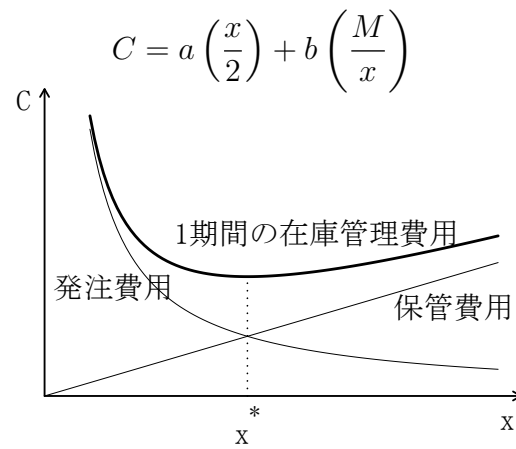
$$\frac{dC}{dx} = \frac{a}{2} - b \left(\frac{M}{x^2} \right) = 0$$

より,

$$x^* = \sqrt{\frac{2bM}{a}}$$

- 1 期間の在庫管理費用 C を最小にする発注量 x^* は, C を x で微分して, 微分の値が 0 となる x として求めることができます.
- もちろん, x は非負の値に限ります.
- C を x で微分すると, 2 分の a マイナス b かける, x^2 乗分の M となります.
- この値が 0 となる x が x^* で,
 x^* イコール a 分の $2bM$ の平方根となります.
- x^* のことを「経済発注量」と呼びます.
- ここでは, 経済発注量を微分を使って求めました.
- 余談になりますが, 微分を使わずに経済発注量を求めることもできます.
- もう 1 回図を見てみましょう.

定期定量発注方式



- 経済発注量 x^* は、保・管・費・用・と・発・注・費・用の・交・点、
- すなわち、保管費用と・発注費用の・値・が・等しい・時・の・ x になっています。
- これは偶然かと言うと、偶然ではありません。

定期定量発注方式

相加・相乗平均の関係

- 任意の $x, y (\geq 0)$ に関して,

$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$$

- 等号が成り立つのは, $x = y$ のとき
- これを変形すると,

$$x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

- おそらく高校数学で習うと思いますが, 相加平均・相乗平均の関係という性質があります.
- これは任意の非負の数 x と y に関して, x と y の相加平均, すなわち, 2 分の $x + y$ は,
- 相乗平均, すなわちルート xy より小さくはない,
- そして, 相加平均と相乗平均が等しくなるのは, x と y が等しい時のみである, というものです.
- これを変形すると, $x + y$ は $2 \times$ ルート xy より小さくならず, 等号が成り立つのは, x と y が等しい時のみとなります.
- これを保管費用と発注費用の和に適用すると次のようになります.

定期定量発注方式

$$\begin{aligned}
 C = a \left(\frac{x}{2} \right) + b \left(\frac{M}{x} \right) &\geq 2 \sqrt{a \left(\frac{x}{2} \right) \times b \left(\frac{M}{x} \right)} \\
 &= \sqrt{2abM} \text{ (定数)}
 \end{aligned}$$

- 保管費用と発注費用の和は，保管費用と発注費用の積の平方根の2倍より小さくなりませんが，これは定数 $\sqrt{2abM}$ となります。
- すなわち，相加平均と相乗平均が等しくなる時に，1期間の在庫管理費用 C は最小になります。
- 相加平均と相乗平均が等しくなるのは，保管費用と発注費用が等しい時です。
- そこで，この方程式を解くと，経済発注量 x^* を求めることができます。
- もちろん，微分を用いて求めた x^* と同じ値になります。
- 以上のことから，図に表れていた性質の数学的な裏付けができました。
- これは，余談ですので，かえって混乱してしまった方は忘れて下さって結構です。
-

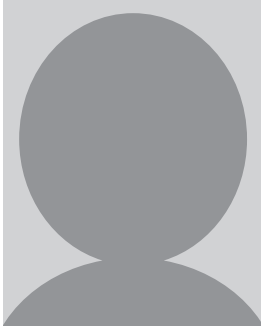
定期定量発注方式

- 経済発注量

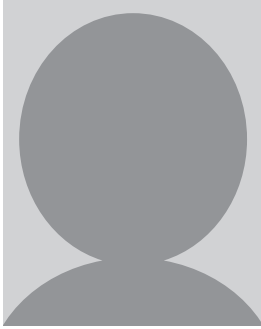
$$x^* = \sqrt{\frac{2bM}{a}}$$

- 発注から納品まで要する時間リードタイム L
- 発注は在庫が0になる時点の L (日) 前に行えばよい

- とにかく，1 期間の在庫管理費用を最小にする経済発注量 x^* を求めることができました．
- 発注のタイミングですが，発注と同時に納品されるのであれば，在庫が0になった瞬間に発注すればよいのですが，普通発注から納品には時間を要します．
- 発注から納品までに要する時間をリードタイムと呼びます．
- リードタイムを L 日とすれば，発注は在庫が0になる時点の L (日) 前に行えばよいことになります．

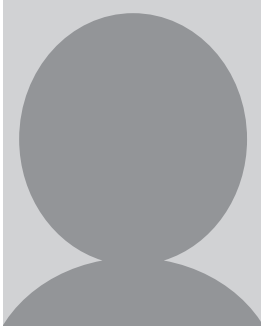


- この例では，需要が一定で需要を予測する必要がなく，一定の間隔で一定量を発注するのが最適な発注でした．
- 一定の間隔で一定量を発注するのは「定期定量発注方式」と呼ばれ，最も単純な在庫管理のモデルです．



- 現実には，需要が一定であるということは，あまりありません．
- 需要の変動を統計的に扱い，在庫を管理するのがより現実的です．
- 需要の統計的な扱いと在庫管理の方法については，次にお話します．

定量発注方式

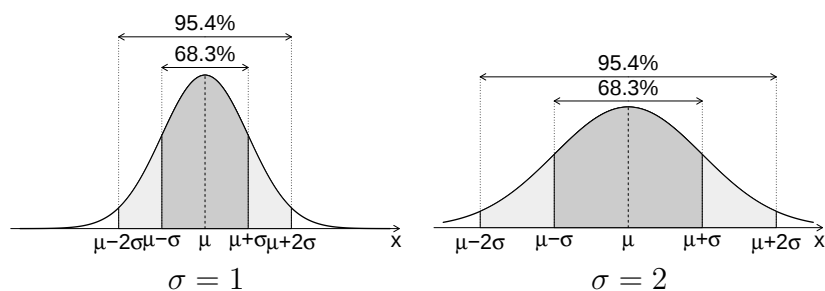


- ここでは、需要が一定でなく、ばらつく時の統計的な扱いについてお話しします。
- 需要にバラツキがある時には、発注量と発注時期のうちの一方を固定し、もう一方を調整することで在庫を管理します。
- まず、在庫が一定の水準まで下がった時点で一定量の発注を行う、定量発注方式について説明します。

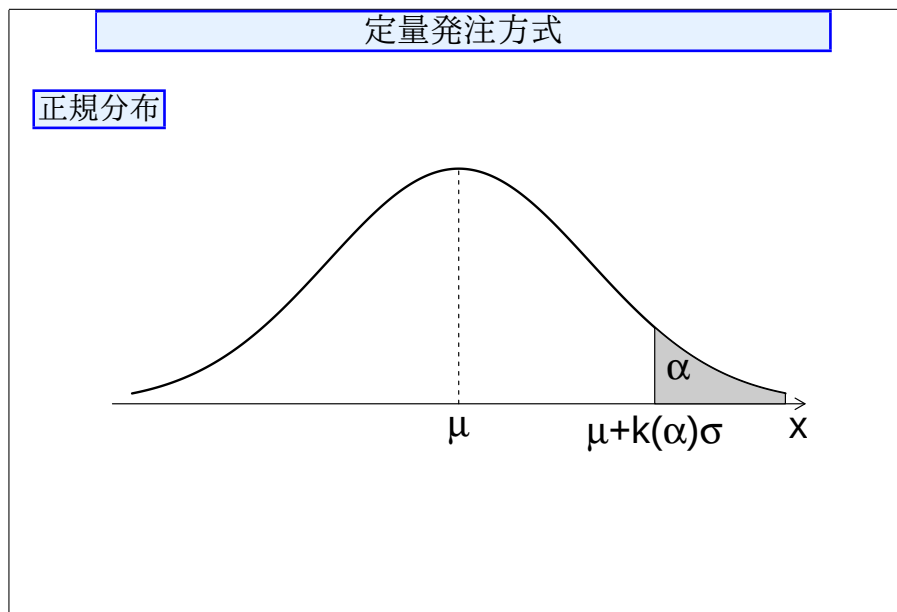
定量発注方式

正規分布

- 平均 μ と標準偏差 σ により形状が定まる



- 需要のばらつきは、多くの場合、正規分布として扱います。
- 正規分布は平均 μ とばらつきの指標である標準偏差 σ により形状が定まる関数で、図に示すように平均 μ を中心に左右対称に釣鐘状に広がっています。
- x は平均付近の値をとることが多く、平均から離れるにしたがって出現確率が減少します。
- また、標準偏差 σ ，すなわちバラツキが大きくなるほど平坦な形状になります。
- 左の図は $\sigma = 1$ の場合、右の図は $\sigma = 2$ の場合で、 $\sigma = 2$ の場合の方が、平坦な形状になっています。
- x が、特定の範囲 x_1 と x_2 の間の値をとる確率は、 x_1 と x_2 の間において曲線と横軸に囲まれる面積に相当します。
- 正規分布においては、 μ, σ の値に関わらず、 $\mu - \sigma$ と $\mu + \sigma$ の間をとる確率は約 0.68 となります。
- そして、 $\mu - 2\sigma$ と $\mu + 2\sigma$ の間をとる確率は約 0.95 となります。
-



- また、 x が特定の値を超える確率 α も μ と σ で決まります。
- 例えば、 x が $\mu + 1.65\sigma$ より大きい値をとる確率は 0.05 です。
- 逆に、 x の出現確率が $1 - \alpha$ になる x の値は $\mu + k(\alpha)\sigma$ となります。
- ここで、 $k(\alpha)$ は α により決まる数です。
- 例えば、需要 x が平均 μ 、標準偏差 σ の正規分布にしたがうとき、欠品の確率を 5% 以内に抑えるためには、品物を $\mu + 1.65\sigma$ 用意する必要があります。
- 欠品の確率を 1% 以内に抑えるためには、品物を $\mu + 2.33\sigma$ 用意する必要があります。
- 以上で、ばらつきのある需要の統計的扱いの準備ができましたので、次に定量発注方式について説明します。

定量発注方式

- 使用する原料は1期間で平均 M (トン)
- 1日の使用量は平均 μ (トン), 標準偏差 σ (トン)
- 原料保管の費用は a (円/トン・期間)
- 原料を1回発注するたびに, 発注費用として b (円)
- 在庫が K (トン) まで減ったら一定量を発注
- リードタイムは L (日)
- 在庫切れの確率(欠品率)を α 以内に抑え, 在庫管理費用を最小にする K (発注点) と発注量を求めよ

- 次のような問題を考えます.
- 使用する原料は1期間で平均 M トンで, 1日の使用量は平均 μ (トン), 標準偏差 σ (トン) の正規分布に従うとします.
- 原料の1期間の保管費用は1トンあたり a 円です.
- 原料を1回発注するたびに, 発注費用として b (円) かかります.
- 在庫が K (トン) まで減ったら一定量を発注することとします.
- K のことを発注点と呼びます.
- リードタイムは L (日) とします.
- 在庫切れの確率, すなわち欠品率を α 以内に抑える場合の, 発注点 K と 発注量を求めよ…という問題です.
- この問題と, 先ほどの定期定量発注方式の問題との違いは, 需要が一定ではなくばらつきがあることです.
- それに伴い, 一定の間隔で一定量を発注するのではなく, 在庫が一定量になった時点で, 一定量の発注を行うことです.
- つまり, 発注の間隔は一定ではなく, 発注量は一定とするため, 「定期定量発注」ではなく「定量発注方式」となります.
- 例えば, 原料を1回に100ケース発注し, 残りが10ケースになった時点であらたに100ケース発注するというのは, 定量発注方式の例です.
- しかし, ここでは決め打ちではなく, 欠品率…在庫切れの確率を α 以内に抑え, 在庫管理費用を最小にする, 発注点と発注量を求めます.

定量発注方式

- 在庫が K まで下がった時点で経済発注量

$$x^* = \sqrt{\frac{2bM}{a}}$$

を発注

- 発注量は定期定量発注方式と同じ
- 発注点 K は？

- まずは、発注量を決めますが、定量発注方式では発注量は一定です。
- そうしますと、保管費用と発注費用の和が最小になる発注量は、定期定量発注方式における経済発注量 x^* と同じで、この式のようになります。
- 定期定量発注方式においては、原料は毎日同じ量だけ使われていましたから、在庫切れになる L 日前に x^* だけ発注すれば、ちょうど在庫がなくなった時に、 x^* だけ納品されました。
- 定量発注方式では、在庫が K まで下がった時点で経済発注量 x^* だけ発注します。
- ここで問題になるのは、発注点 K の決定です。
- つぎに、最適な発注点 K について考えます。

定量発注方式

発注点 K の決定

- 1日の使用料が一定量 μ であれば，発注してから納入までに L (日) かかるから，在庫が

$$K = \mu L$$

と下がった時点で発注すれば，在庫が0になるのと同時に x^* 納入される

- 需要にばらつきがあると，50%の確率で納入前に欠品になる !!

- 1日の使用料が一定量 μ であって，ばらつきがなければ，発注してから納入までに L (日) かかるから，在庫が $K = \mu L$ と下がった時点で発注すれば，在庫が0になるのと同時に x^* 納入されます。
- これは定期定量発注方式の言い換えに過ぎません。
- 実際には，1日の使用量には標準偏差 σ のばらつきがあります。
- 使用量にばらつきがある場合，発注点を $K = \mu L$ とすると，なんと！，確率0.5で...，50%の確率で欠品が生じてしまいます !!
- 欠品が生じたら仕事になりませんので，2日に1度も仕事にならないような事態は，まったくお話にならないわけです。
- それでは，どうするかと言うと，在庫が μL より多い時点，言い換えると，在庫が μL になるより早い時点で発注を行うことにします。

定量発注方式

安全在庫

- 需要にばらつきがあると、納入前に欠品になる可能性
- 在庫が μL より S 多い時点で発注
- 1日の需要の標準偏差が σ のとき、欠品が起きる確率を α 以内にするには、安全在庫 S を

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\sigma$$

- $k(\alpha)$ は α により定まる

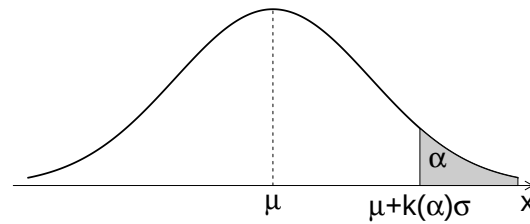
- 欠品が起きる確率を下げるために、在庫が μL より S 多い時点で発注することになります。
- S のことを安全在庫と呼びます。
- 1日の需要の標準偏差が σ のとき、欠品が起きる確率を α 以内にするには、安全在庫 S を $S = k(\alpha)$ かける $\sqrt{L}$ かける σ とします。
- ここで、 $k(\alpha)$ は α により定まります。

定量発注方式

安全在庫

- 1日の需要の標準偏差が σ のとき、欠品が起きる確率を α 以内にするには、安全在庫 S を

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\sigma$$



- 先ほど、正規分布の説明で、 x が平均 μ で標準偏差 σ の正規分布にしたがうとき、
- x の出現確率が $1 - \alpha$ になる x の値は $\mu + k(\alpha)$ かける σ とお話しました。
- 1日の需要が平均 μ で標準偏差 σ の正規分布にしたがうとき、 L 日の需要は、平均 μL で標準偏差 $\sqrt{L}$ かける σ の正規分布にしたがいます。
- したがって、 L 日間の需要を x とすると、 x の出現確率が $1 - \alpha$ になる x の値は $\mu L + k(\alpha)$ かける $\sqrt{L}$ かける σ となります。

定量発注方式

- 在庫が

$$K = \mu L + k(\alpha)\sqrt{L}\sigma$$

まで減った時点で x^* 発注

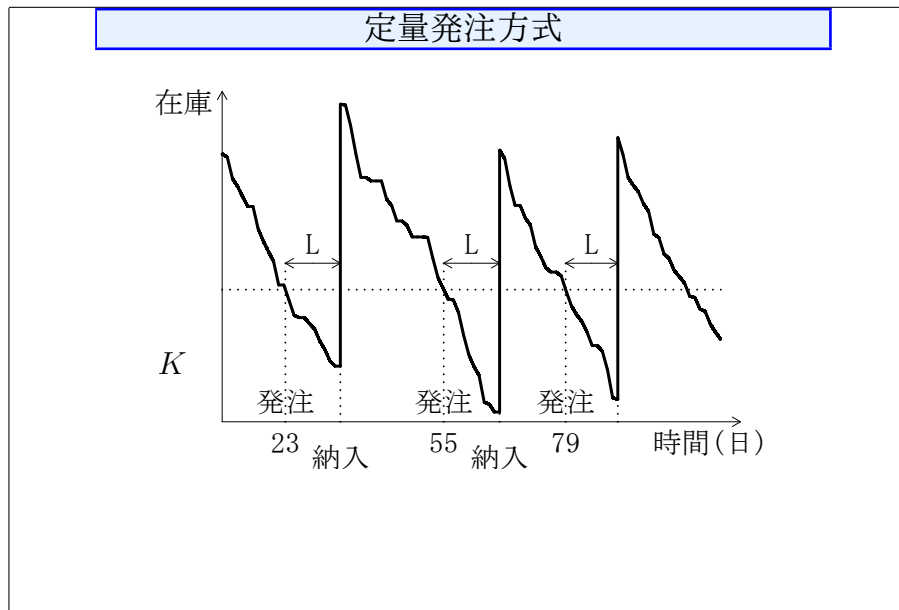
- σ はコスト, L もコスト
- $k(0.05) = 1.65, k(0.01) = 2.33$

- つまり, 欠品率を α 以内にするためには, μL に加え, $k(\alpha)$ かける $\sqrt{L}$ かける σ 以上の在庫が必要ということになります.
- 言い換えますと, 欠品率を α にするには, 在庫が

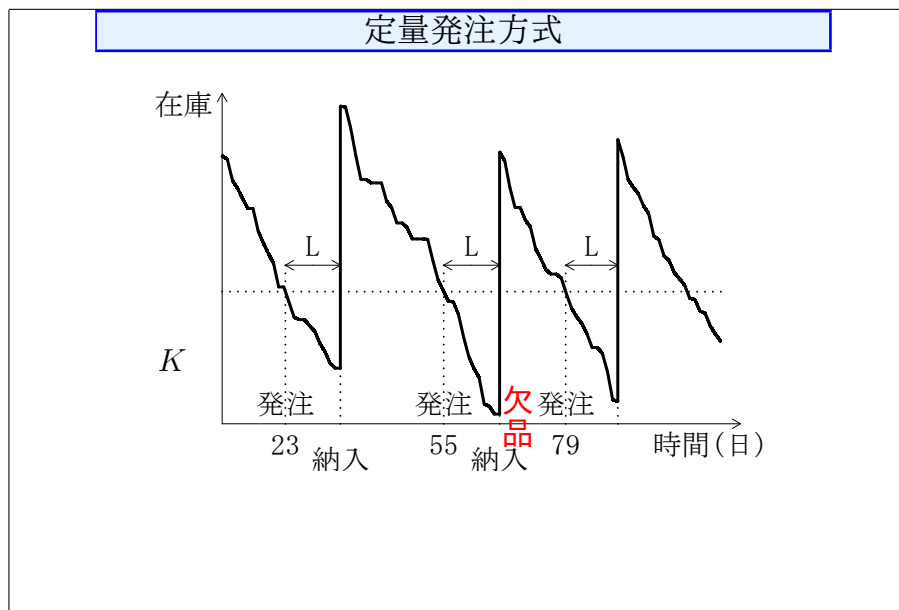
$$K = \mu L + k(\alpha) \text{ かける } \sqrt{L} \text{ かける } \sigma$$

まで減った時点で x^* 発注することになります.

- 欠品率が 0.05 あれば, $k(\alpha)$ は 1.65,
- 欠品率が 0.01 あれば, $k(\alpha)$ は 2.33, となります.



- 図に定量発注方式における在庫の推移の例を示します。
- 在庫が K (トン) に達した時点で発注します。発注の間隔は一定ではありません。
- 発注の L (日) 後に納入されます。



- 発注後の需要が納入前に K を超えた場合には欠品になります。

定量発注方式

数値例

- 需要 $M = 1600$ (トン)
- 1 期間 = 100 (日)
- 原料保管の費用 $a = 200$ (円/トン・期間)
- 発注費用 $b = 10000$ (円)
- リードタイム $L = 10$ (日)
- 1 日あたりの需要の標準偏差 $\sigma = 8$ (トン)
- 欠品の確率 $\alpha = 0.05$

- それでは、定量発注方式の数値例を示します。
- 1 期間の需要の平均 M を 1,600 トン, 1 期間を 100 日とします。
- 1 期間の原料保管の費用 a は 1 トンあたり 200 円, 発注費用 b は 1 回あたり 10,000 円とします。
- また, リードタイム L は 10 日, 1 日あたりの需要の標準偏差 σ は 8 トン, 欠品の確率 α は 0.05 とします。
-

定量発注方式

数値例

- 経済発注量

$$x^* = \sqrt{\frac{2bM}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 1600}{200}} = 400 \text{ (トン)}$$

- 1日の平均需要

$$\mu = M/100 = 1600/100 = 16$$

- まず，経済発注量 x^* を計算します．

$$x^* = \sqrt{\frac{2bM}{a}}$$

ですから， $b = 10,000$ ， $M = 1,600$ ， $a = 200$ を代入すると， $x^* = 400$ となります．

- 1日の平均需要 μ は，1期間の需要の平均 M が1,600で，1期間100日ですから， $\mu = 1600/100 = 16$ となります．

定量発注方式

数値例

- 安全在庫

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\sigma = 1.65 \times \sqrt{10} \times 8 \simeq 41.7$$

- 発注点

$$K = \mu L + S = 160 + 41.7 = 201.7$$

- 安全在庫 S は,

$$S = k(\alpha) \text{ かける } \sqrt{L} \text{ かける } \sigma$$

で, $\alpha = 0.05$ ですから, $k(\alpha) = 1.65$, $L = 10$, $\sigma = 8$ を代入すると, 41.7 となります.

- また, $\mu L = 16 \times 10 = 160$ ですから, 発注点 K は $160 + 41.7 = 201.7$ となります.

定量発注方式

- 安全在庫 ($\alpha = 0.05$)

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\sigma = 1.65 \times \sqrt{10} \times 8 \simeq 41.7$$

- 安全在庫 ($\alpha = 0.01$)

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\sigma = 2.33 \times \sqrt{10} \times 8 \simeq 58.9$$

- 安全策はコスト

- ここでは、欠品率を 0.05 としましたが、欠品率 0.01 に変更してみましょう.
- 欠品率を 0.01 とすると、 $k(\alpha)$ は 2.33 になりますので、安全在庫は 58.9 となります.
- 欠品率が 0.05 の時に比べると、安全在庫の量は 1.4 倍になりました.
- 欠品率を下げるための安全策は、安全在庫を増加させるので、コストがかかります.

定量発注方式

数値例

- 安全在庫 ($\sigma = 8$)

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\sigma = 1.65 \times \sqrt{10} \times 8 \simeq 41.7$$

- 安全在庫 ($\sigma = 10$)

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\sigma = 1.65 \times \sqrt{10} \times 10 \simeq 52.2$$

- 需要のばらつきはコスト

- 今度は，欠品率は0.05に戻して，需要のばらつきである標準偏差 σ を8から10に増やしてみましょう.
- すると，安全在庫は52.2となります.
- 需要のばらつきが大きいと，安全在庫を増加させるので，コストがかかります.

定量発注方式

数値例

- 安全在庫 ($L = 10$)

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\sigma = 1.65 \times \sqrt{10} \times 8 \simeq 41.7$$

- 安全在庫 ($L = 15$)

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\sigma = 1.65 \times \sqrt{15} \times 8 \simeq 51.1$$

- リードタイムはコスト

- 今度は、標準偏差を8に戻して、リードタイム L を10日から15日に増やしてみましょう。
- すると、安全在庫は51.1となります。
- リードタイムが長くなると、発注から納品までの需要のばらつきが大きくなり、安全在庫を増加させるので、これもまたコストがかかります。
- ここまで定量発注方式について説明しました。
- 次は、定期発注方式について説明します。

定期発注方式



顔出し

- 今度は，発注する間隔をあらかじめ決めておいて，発注量を調整する定期発注方式について説明します。
- 定期発注方式では，定期的に在庫を調べ，品物が納入されるまでの需要を予測し，発注量を決定します。
-

定期発注方式

- 使用する原料は1期間で平均 M (トン)
- 1日の使用量は平均 μ (トン), 標準偏差 σ (トン) と
- 原料保管の費用は a (円/トン・期間)
- 1回発注するたびに, 発注費用として b (円)
- 原料は一定の間隔 P (日) で発注
- リードタイムは L (日)
- 在庫切れの確率(欠品率)を α 以内に抑え, 在庫管理費用を最小にする, 発注間隔 P と発注量を求めよ

- 次のような問題を考えます. 定量発注方式の場合と, 需要や保管費用, 発注費用は同じです.
- すなわち, 使用する原料は1期間で平均 M トンで,
- 1日の使用量は平均 μ (トン), 標準偏差 σ (トン) とします.
- 原料の1期間の保管費用は1トンあたり a 円かかります.
- 原料を1回発注するたびに, 発注費用として b (円) かかります.
- リードタイムは L (日) とします.
- 定量発注方式と異なるのは, 発注の間隔で, 定期発注方式では, 発注の間隔を一定とします.
- ここでは発注の間隔を P 日とします.
- 在庫切れの確率, すなわち欠品率を α 以内に抑える場合の, 発注間隔 P と発注量を求めよ…という問題です.
- 定期発注方式では, 定期的に在庫を調べ, 品物が納入されるまでの需要を予測し, 発注量を決定します.

定期発注方式

発注間隔 P の決定

$$P = \frac{x^*}{\mu} = \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{2bM}{a}}$$

- まずは、発注間隔 P を決めます.
- 定期発注方式ですから発注間隔は一定です.
- 発注間隔 P は経済発注量を1日の平均需要 μ で割ることにより求められます.
- つぎに、最適な発注量について考えます.

定期発注方式

発注量 x の決定

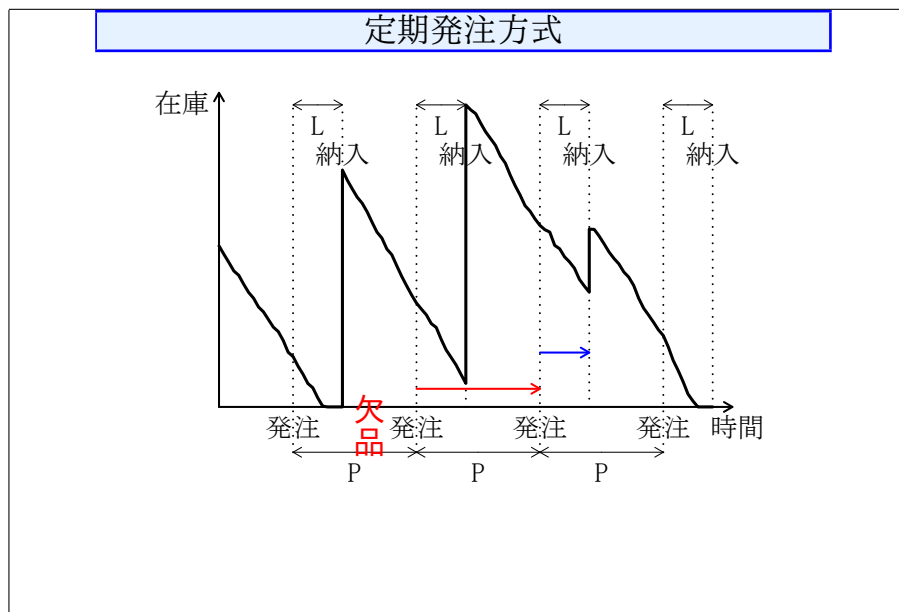
- 需要の予測値

$$\hat{\mu}(P + L)$$

$\hat{\mu}$ μ の予測値

- 定期発注方式においては、発注のたびに需要を予測し、きめ細かく在庫管理を行います。
- 発注量を算出するには、まず発注から納入までの需要の予測を行います。
- 1日の平均需要の予測値を $\hat{\mu}$ とします。
- なぜ、予測値を用いるかは後で説明します。
- 発注間隔が P 、リードタイムが L であることから、発注から納入までの需要の予測値は、

$$\hat{\mu}(P + L)$$
 となります。



- 発注間隔が P なのに、 $P + L$ で考えるのは、発注から納入までの期間の需要を考えるからです。
- 赤い矢印の左端の時点で発注するとします。
- その次に発注するのは、 P 日後になりますが、
- P 日後の発注が納品されるのは、さらに L 日後になります。
- したがって、発注にあたっては、その次の発注に対する納品までの需要を考慮する必要があります。

定期発注方式

発注量 x の決定

- 需要の予測値

$$\hat{\mu}(P + L)$$

$\hat{\mu}$ μ の予測値

- 必要量の予測値

$$\hat{\mu}(P + L) - (q + x^-)$$

q 現在の在庫, x^- 過去の発注の未納入分

- 以上の理由により, 需要の予測値は, $\hat{\mu}$ かける $(P + L)$ となります.
- 需要の予測値から, 現在の在庫 q と, 前回あるいはそれ以前に発注して, これから納入される量 x^- を引いた量が, 必要量の予測値になります.
- 発注量は, 必要量の予測値に安全在庫を加えた量になります.

定期発注方式

発注量 x の決定

- 1日の需要の標準偏差の予測値を $\hat{\sigma}$
- $P + L$ 日の間に欠品が起きる確率を α 以内にするには, 安全在庫 S を

$$S = k(\alpha)\sqrt{P + L}\hat{\sigma}$$

- $k(\alpha)$ は α により定まる

- 安全在庫は次のようにします.
- 1日の需要の標準偏差の予測値を $\hat{\sigma}$ とします.
- $P + L$ 日の間に欠品が起きる確率を α 以内にするには, 安全在庫 S を

$$S = k(\alpha) \text{ かける } \sqrt{P + L} \text{ かける } \hat{\sigma}$$

とします.

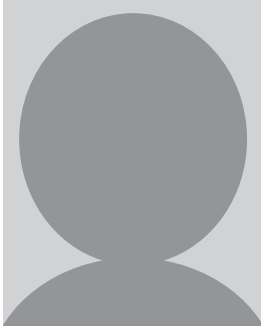
定期発注方式

発注量 x の決定

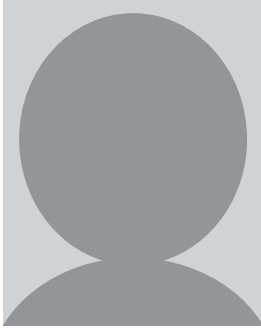
- 欠品率 α の最適な発注量 x

$$\begin{aligned} x &= \hat{\mu}(P + L) - (q + x^-) + S \\ &= \hat{\mu}(P + L) - (q + x^-) + k(\alpha)\sqrt{P + L} \hat{\sigma} \end{aligned}$$

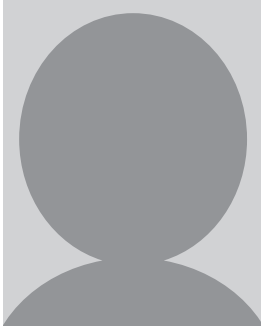
- 以上をまとめますと，欠品率を α 以内に抑える最適な発注量 x は，このようになります。次，顔出し



- 最後は，需要の平均と標準偏差の予測値です．
- 問題では，1日あたりの需要の平均がミューで，標準偏差がシグマであるとし，発注間隔 P は，経済発注量 X スターを，ミューで割ったものとして求めています．
- ミューとシグマが分かっているのに，予測値を使うのは奇妙と思われたかもしれません．
-



- この問題で、ミューは比較的長い期間に渡るデータから割り出した、1日あたりの需要の平均値です。
- 長い期間に渡るデータから算出していますので、ミューは安定した値になっていて、発注間隔 P を決めるには適しています。
- しかし、1日1日の需要は変化し、それは偶然と見なすのが適切なばらつきだけではありません。



- 例えば，景気の変動は消費に影響を与えます．
- また，クーラーやストーブのように季節により需要が変動する製品，曜日により客入りが異なる店は多々あります．
- さらに，新製品発売直後に最も売れ，徐々に売り上げが下がるという傾向もあるでしょう．
- 顔出し終了

定期発注方式

需要の予測

- 過去 N 回の需要量 $m_{t-1}, m_{t-2}, \dots, m_{t-N}$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N m_{t-i}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (m_{t-i} - \hat{\mu})^2}$$

- 次の発注量を決めるにあたっては、 μ を用いるより、ここに挙げたような変動要因を取り入れて、 $\hat{\mu}$ や $\hat{\sigma}$ を用いる方が、需要のより正確な予測ができると考えられます。
- $\hat{\mu}$ や $\hat{\sigma}$ を推定するための方法は色々考えられます。
- 簡単な方法としては、最近 N 回の実際の需要の平均や標準偏差を用いることです。
- N が小さいほど最近の傾向を反映しますが、偶然の変動を拾って、かえっておかしな予測をする恐れもあります。
- 適切な N の決め方、あるいはより安定な μ や σ を使った補正、過去の同じ季節の実績の利用等々、様々な統計的な手法により $\hat{\mu}$ や $\hat{\sigma}$ の推定を行うことができます。
-

定期発注方式		
特徴	定量発注方式	定期発注方式
発注時期	在庫が発注点まで減少した時点	一定間隔
発注量	一定(経済発注量)	毎回調整
需要の予測	不要	必要
在庫	比較的大きい	比較的小さい
管理の負担	小さい	やや大きい
対象商品	重点をおかない製品	重点をおく製品

- ここまで、需要にばらつきがある場合の在庫管理方式として、定量発注方式と定期発注方式について説明しました。
- これら2つの方式について、簡単にまとめます。
- まず、発注時期は、定量発注方式では、在庫が発注点まで減少した時点で発注するのに対して、定期発注方式では、一定間隔で発注を行います。
-
- 発注量は、定量発注方式では、毎回同じ発注量であるのに対し、定期発注方式では、毎回発注量を調整します。
- 定量発注方式では、一定量の発注なので、需要の予測は行いません。
- 一方、定期発注方式では、発注のたびに需要を予測してきめ細かく在庫管理を行うので、定期発注方式のほうが在庫量を小さくすることができます。
- しかし、発注のたびに発注量の予測を行うことは、在庫管理の負担を大きくします。
- その点、定量発注方式は在庫が一定の量になった時点で一定量を発注すればよいので、在庫管理の負担は相対的に小さくなります。
- このような特徴から、在庫管理に手間をかけてもそれ以上の利益を出す、いわゆる売れ筋商品は定期発注方式できめ細かく管理するのが適切です。
-
- また、生鮮食品のように保存期間が短い商品も定期発注方式が適しています。
- 一方、これらの条件に当てはまらない商品、つまり手間をかけて在庫管理を行うほどの価値がない商品は、定量発注方式で手間をかけずに管理するのが適切です。
-

ABC 分析



- 定期発注方式と定量発注方式の使い分けの基準となる，商品の重要度を調べる方法として，ABC 分析と呼ばれる方法があります．

ABC 分析

- 多種類の商品を価値（売上等）に応じて A, B, C の 3 カテゴリに分類する手法

A グループ 重点品目

B グループ 中間品目

C グループ 簡易品目

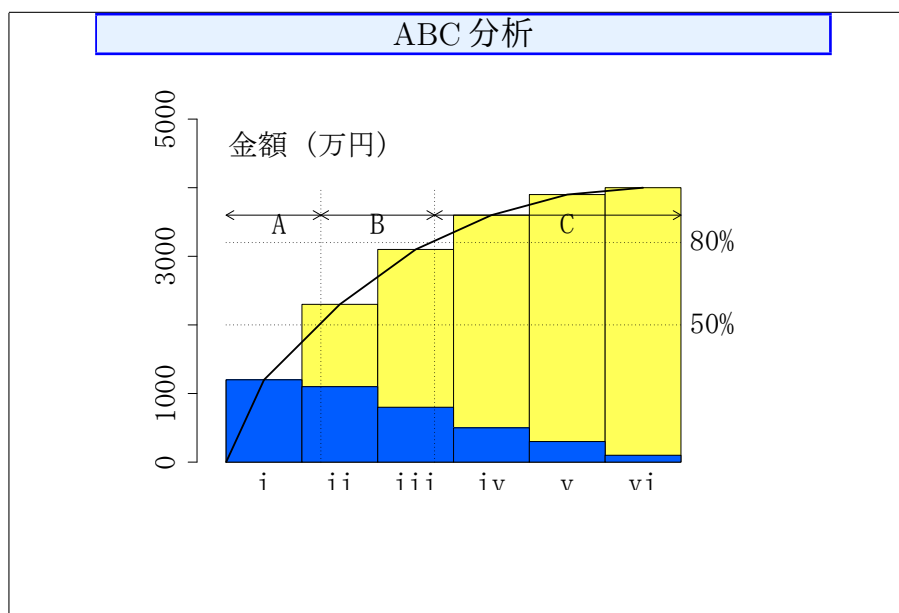
- ABC 分析は、多種類の商品を売上等の価値に応じて、A, B, C の 3 グループに分類する手法です。
- A グループには、価値の高い商品が分類されます。
- 多くの場合、A グループに分類される商品の種類は少ないのですが、総売り上げに対して占める部分が大きいのが特徴です。
- A グループに属する商品は、手間をかけてでも、きめ細かく在庫管理を行うべき商品です。
- それに対して、C グループに分類される商品は種類が多く、それでいて総売り上げに占める割合が小さいものです。
- C グループに属する商品は、きめ細かく在庫管理を行ってもさほど利益が上がる訳ではないので、在庫管理に手間をかける必要はありません。
- B グループは A グループと C グループの中間的な特徴を持ちます。

ABC 分析

1. 在庫管理の対象となる商品を売上金額の大きい順に並べる
2. 売上金額の大きい順に累積売上金額をグラフにする
3. 在庫管理の観点から商品の重要度を分類する
累積売上金額が総売上金額の 50% および 80%

例 商品 (i)~(vi) の売上高が, (i) 1200, (ii) 1100, (iii) 800, (iv) 500, (v) 300, (vi) 100 (万円)

- ABC 分析の手順を説明します.
- まず, 在庫管理の対象となる商品を売上金額の大きい順に並べます.
- 次に, 売上金額の大きい順に累積売上金額をグラフにします.
- そして, 在庫管理の観点から商品の重要度を分類します.
- 分類の目安として, 累積売上金額が総売上金額の 50% および 80% になるところで, 商品を A, B, C の 3 グループに分けます.
- ここでは, 6 種類の商品 1~6 について考えます.
- 売り上げはここに示すとおりです.
- 既に売上金額の大きい順に並んでいます.
-

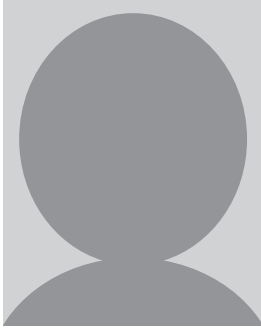


- 売上金額の大きい順に並べた6種類の商品1~6の累積売上金額をグラフにします。
- 青い棒グラフは各商品の売上金額，黄色い棒グラフは累積売上金額を示しています。
- また，曲線は黄色い棒グラフをつないだものです。
- 累積売上金額の曲線の傾きは，最初は急で，
- 品数が増えるほど平坦になっています。
- これは総売上金額のかかなりの部分を少数の品目が占めていることを示しています。
- 在庫管理の観点から，商品の重要度を分類する目安として，累積売上金額が，総売上金額の，50%，および80%になるところで，商品をA, B, Cの3グループに分けました。
- グループの境界にある商品のグループは適宜決めます。
-
- この例では，商品1のみの売上金額は総売上金額の30%で，商品1と商品2の売上金額の合計は総売上金額の57.5%であるので，商品1と商品2をAグループとしました。
- 商品3までの累積売上金額は総売上金額の77.5%であるので，商品3をBグループとして，商品4, 5, 6はCグループとしました。
-

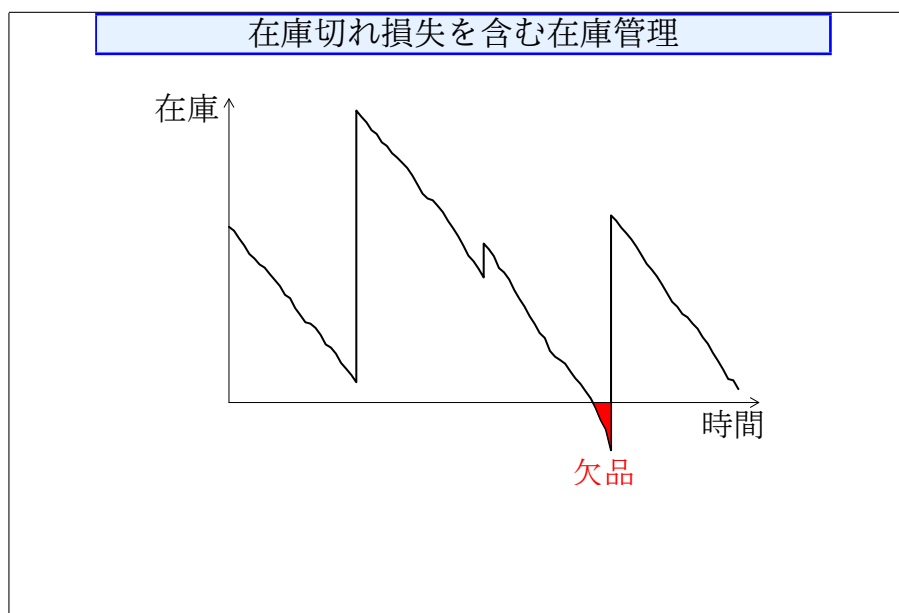
- A グループの商品は売上が大きい重要な商品なので、きめ細かい在庫管理ができる定期発注方式を採用するのが適当です。
- C グループの商品には手間がかからない定量発注方式が向いています。
- B グループの商品はそれらの中間であるので、状況に応じて決めればいいでしょう。
-
- 以上のように、定量発注方式と定期発注方式は異なる特徴を持ち、適切に使い分けることにより、効果的な在庫管理を行うことができます。
-



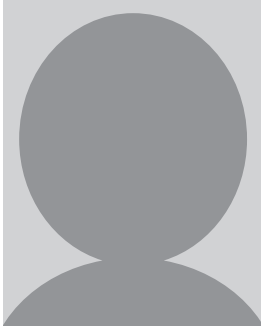
- ここまでに紹介した在庫管理方式は，在庫切れを避けることを重視した在庫管理モデルでした．
- 在庫切れは生産や販売の機会の損失になりますので，在庫切れを回避したいのは確かですが，在庫切れを恐れるあまり，余計な在庫を増やすことによるコスト増加も経済的な損失です．
- 場合によっては，過剰な在庫より，品切れを許した方が有利なこともあるでしょう．



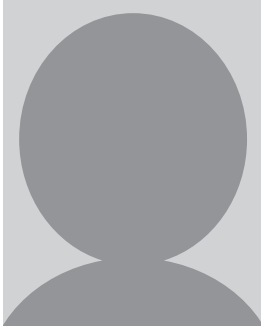
- 例えば、生鮮食品などは売れ残ると、商品価値が下がりますので、売れ残るぐらいなら、閉店前に売り切れたほうが利益が大きいという状況が考えられます。
- 閉店時間が近づくと大幅な値引きをしてでも売り切ってしまうというのは、スーパーマーケットなどで日常見かける光景です。
- 顔出し終了



- これらのことから，在庫切れの損失を考慮した在庫管理のモデルも考えられます．
- 在庫切れによる損失，保管費用，発注費用を合わせた在庫管理費用が最小になるように発注量を決定します．
- 在庫切れによる損失とは，製造・販売により利益を得る機会の損失，注文に穴を空けないために他社に外注することによる経費増，それから，注文に応えられなかった場合，企業の信頼の損失もあるかもしれません．
- 実際には，損失の評価は，欠品率の管理に比べると難しく，特に注文に応えられなかった場合の，企業の信頼の損失などは，金額に換算するのが困難ではありますが，在庫切れ損失を含む在庫管理モデルが使える状況では，より効果的な在庫管理が可能になります．
- 次，顔出し



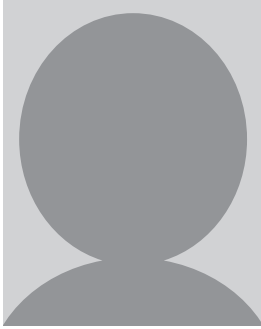
- 今回の講義では，在庫管理の基本的なモデルとして，定量発注方式と定期発注方式について紹介し，両方式の特徴を比較しました．
- 今回紹介したモデルでは1種類の品物を管理対象としましたが，複数種の品物を扱うと，在庫管理はより複雑な問題になります．
- 興味のある方は参考文献等をご覧ください．
- 今回は，これで終わりにします．



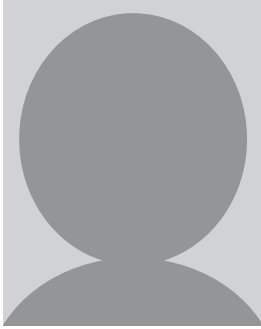
- 今回の講義では，在庫管理の基本的なモデルについてお話ししました．
- 今回は在庫管理を単独で扱いました．
- 原材料の調達から生産，販売，物流を経て消費者に至る，製品やサービス提供のための活動の一連の流れをサプライチェーンと呼びます．



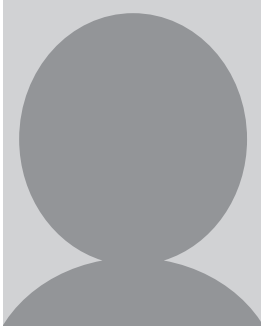
- 工場，配送，小売店などにおいて，個々に生産管理や在庫管理を行うのでは，個々の最適化に留まりますが，サプライチェーン全体での最適化を図る取り組みをサプライチェーン・マネージメントと呼びます．
- サプライチェーン・マネージメントでは，企業の壁を越えて情報を共有し，個々の最適化では削減できなかったコストを削減し，納期の短縮や欠品の防止により顧客満足度の向上を図ります．
- 興味のある方は参考文献をご覧ください．
- 今回は，これで終わりにします．



- 今回の講義では，在庫管理の基本的なモデルとして，定量発注方式と定期発注方式について紹介し，両方式の特徴を比較しました．
- 今回紹介したモデルでは1種類の品物を管理対象としましたが，複数種類の品物を扱くと，在庫管理はより複雑な問題になります．
- (ポーズ)



- また、今回は在庫管理を単独で扱いました。
- 原材料の調達から生産，販売，物流を経て消費者に至る，製品やサービス提供のための活動の一連の流れをサプライチェーンと呼びます。
- 工場，配送，小売店などにおいて，個々に生産管理や在庫管理を行うのでは，個々の最適化に留まりますが，サプライチェーン全体での最適化を図る取り組みをサプライチェーン・マネジメントと呼びます。



- サプライチェーン・マネジメントでは、企業の壁を越えて情報を共有し、個々の最適化では削減できなかったコストを削減し、納期の短縮や欠品の防止により顧客満足度の向上を図ります。
- 興味のある方は参考文献をご覧ください。
- 今回は、これで終わりにします。