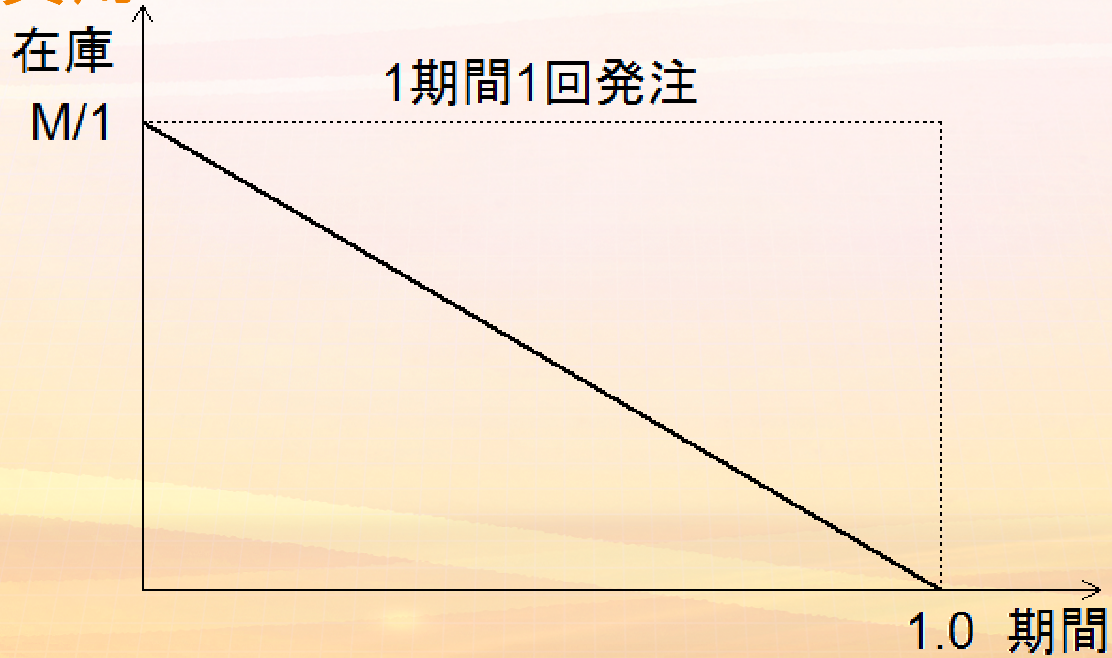
定期定量発注方式

定期定量発注方式

- 工場で使用する原料は1期間でM (トン)
  1期間の需要はM (トン)
- 原料は毎日同量ずつ使用され，1期間で使い切る
- 原料 保管の費用はa (円/トン・期間)
- 原料を1回発注するたびに，　発注費用としてb (円)かかる
- 在庫切れすることなく，原料にかかる1期間の総費用を最小にする発注の間隔と発注量を求めよ

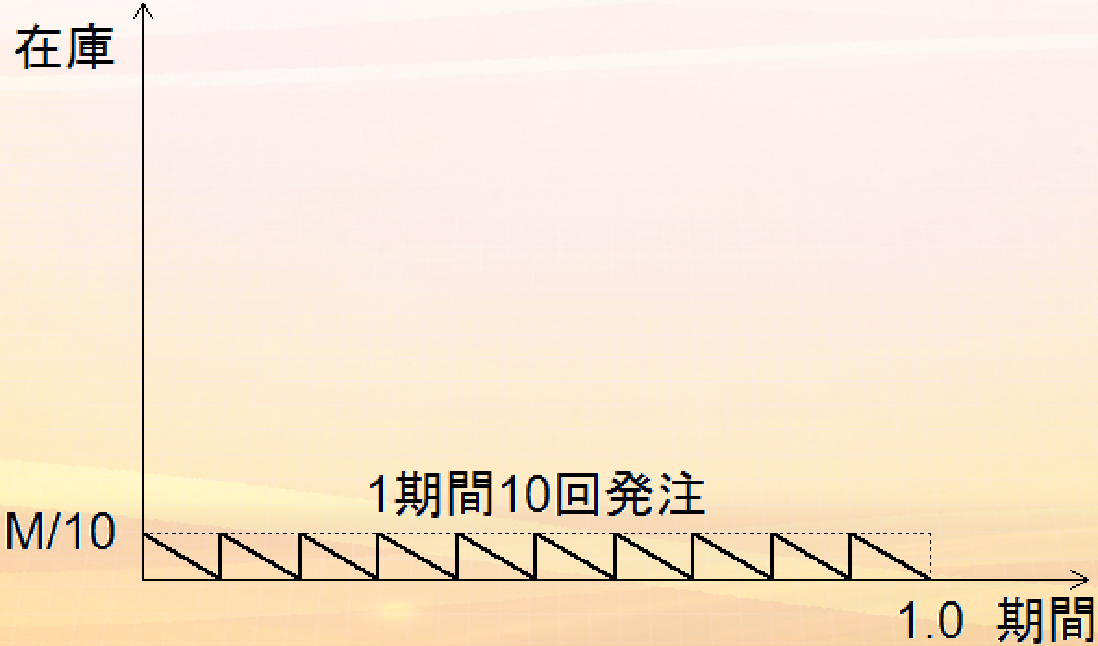
定期定量発注方式

◆保管費用



定期定量発注方式

◆保管費用



定期定量発注方式

◆保管費用

- 1期間の需要Mをn回に分けて発注

$$a\left(\frac{M}{2n}\right)$$

◆発注費用

- 発注費用はb(円)
- 1期間にn回発注すると

$$bn$$

定期定量発注方式

- 1期間の在庫管理費用C

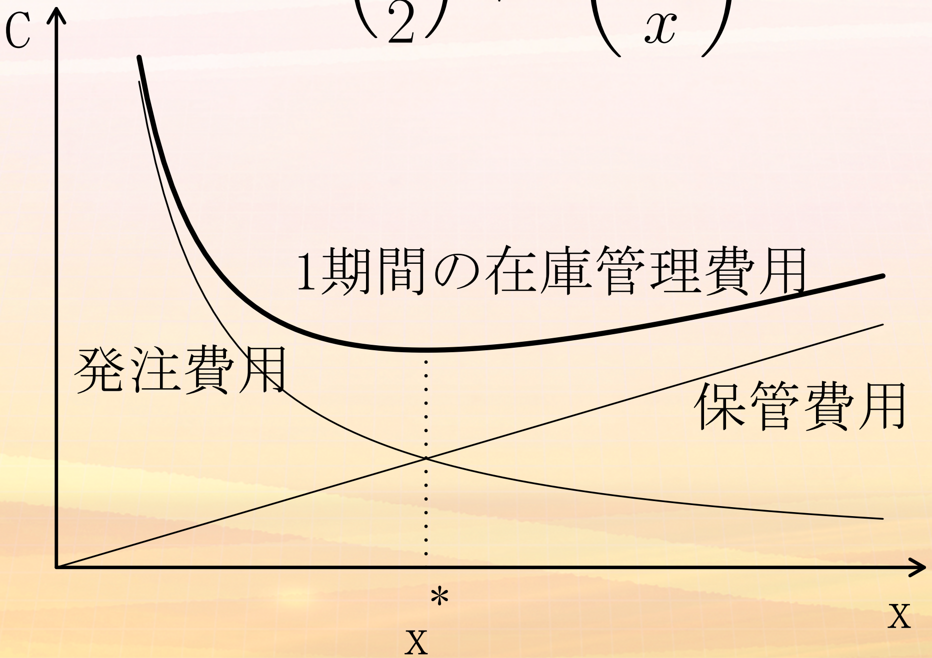
$$C = a\left(\frac{M}{2n}\right) + bn$$

- 1回あたりの発注量M/nをxと書くと，

$$C = a\left(\frac{x}{2}\right) + b\left(\frac{M}{x}\right)$$

定期定量発注方式

$$C = a\left(\frac{x}{2}\right) + b\left(\frac{M}{x}\right)$$



定期定量発注方式

◆経済発注量

$$C = a\left(\frac{x}{2}\right) + b\left(\frac{M}{x}\right)$$

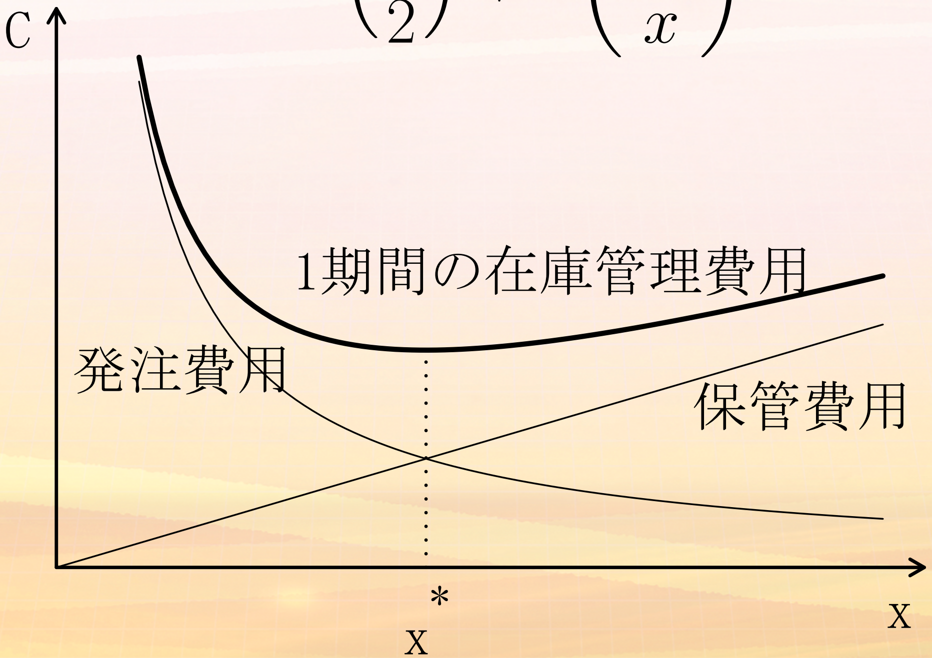
$$\frac{dC}{dx} = \frac{a}{2} - b\left(\frac{M}{x^2}\right) = 0$$

より，

$$x^* = \sqrt{\frac{2bM}{a}}$$

定期定量発注方式

$$C = a\left(\frac{x}{2}\right) + b\left(\frac{M}{x}\right)$$



定期定量発注方式

◆相加・相乗平均の関係

- 任意の$x, y (\geq 0)$に関して,

$$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$$

- 等号が成り立つのは, $x = y$のとき
- これを変形すると,

$$x + y \geq 2\sqrt{xy}$$

定期定量発注方式

$$C = a\left(\frac{x}{2}\right) + b\left(\frac{M}{x}\right) \geq 2\sqrt{a\left(\frac{x}{2}\right) \times b\left(\frac{M}{x}\right)}$$

$$= \sqrt{2abM}\ (\text{定数})$$

定期定量発注方式

- 経済発注量

$$x^* = \sqrt{\frac{2bM}{a}}$$

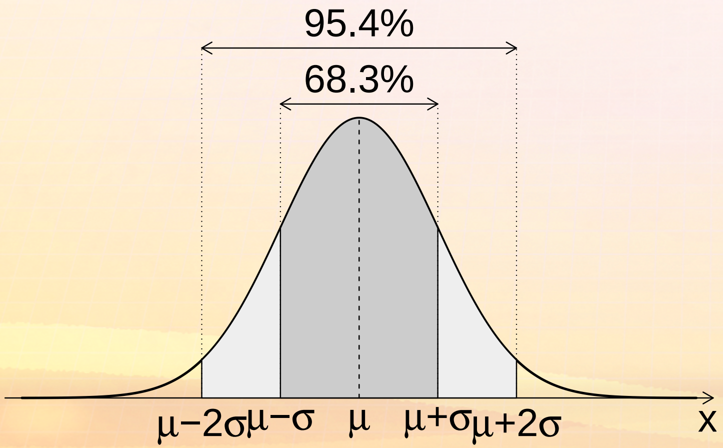
- 発注から納品まで要する時間リードタイム　L
- 発注は在庫が0になる時点のL(日)前に行えばよい

定量発注方式

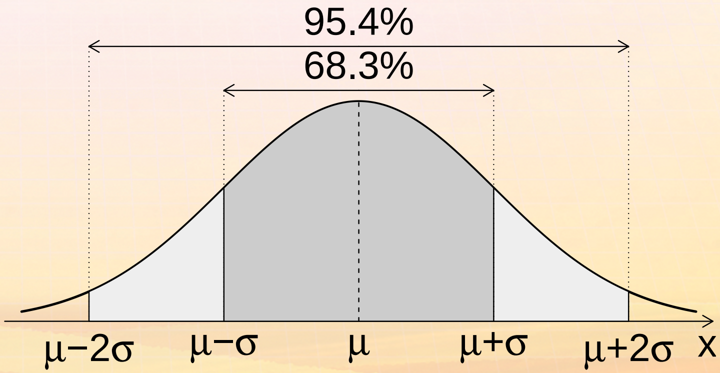
定量発注方式

◆正規分布

- 平均μと標準偏差σにより形状が定まる



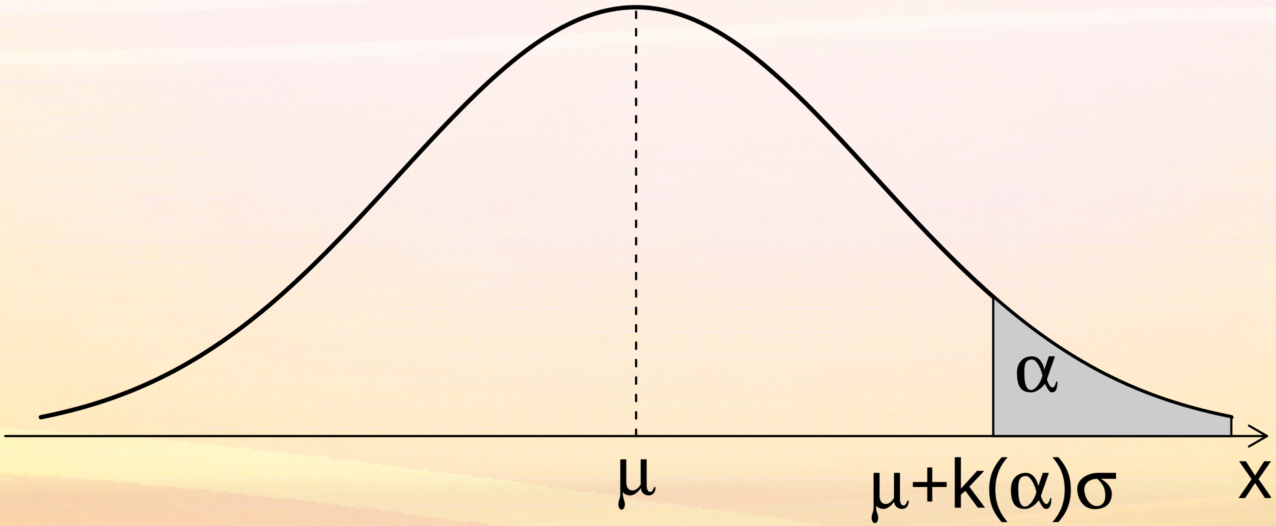
$\sigma = 1$



$\sigma = 2$

定量発注方式

◆正規分布



定量発注方式

- 使用する原料は1期間で平均M (トン)
- 1日の使用量は平均μ (トン)，標準偏差σ (トン)
- 原料保管の費用はa (円/トン・期間)
- 原料を1回発注するたびに，発注費用としてb (円)
- 在庫がK(トン)まで減ったら一定量を発注
- リードタイムはL(日)
- 在庫切れの確率(欠品率)をα以内に抑え，在庫管理費用を最小にするK(発注点)と発注量を求めよ

定量発注方式

- 在庫が K まで下がった時点で経済発注量
$$x^* = \sqrt{\frac{2bM}{a}}$$
を発注
- 発注量は定期定量発注方式と同じ
- 発注点 K は？

定量発注方式

◆発注点 K の決定

- 1日の使用料が一定量 μ であれば，発注してから納入までに L(日) かかるから，在庫が

$$K = \mu L$$

  と下がった時点で発注すれば，在庫が0になるのと同時に x^* 納入される
- 需要にばらつきがあると，50%の確率で納入前に欠品になる !!

定量発注方式

◆安全在庫

- 需要にばらつきがあると，納入前に欠品になる可能性
- 在庫がμLよりS多い時点で発注
- 1日の需要の標準偏差がσのとき，欠品が起きる確率をα以内にするには，安全在庫Sを

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\,\sigma$$

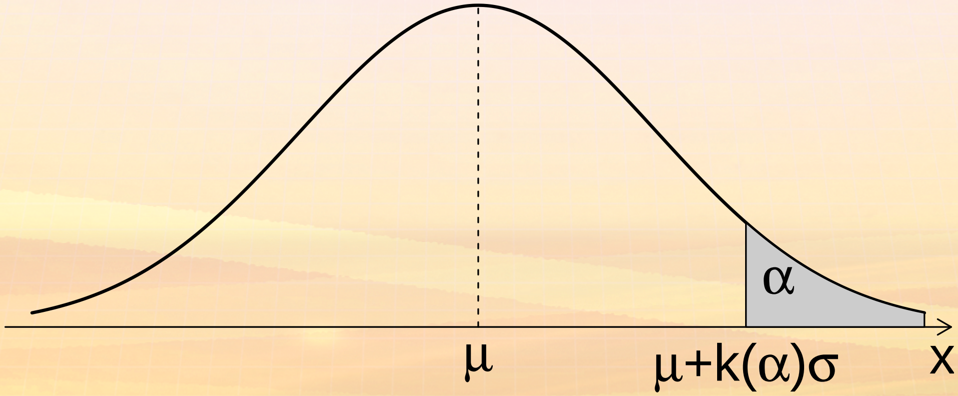
- $k(\alpha)$はαにより定まる

定量発注方式

◆安全在庫

- 1日の需要の標準偏差がσのとき，欠品が起きる確率をα以内にするには，安全在庫Sを

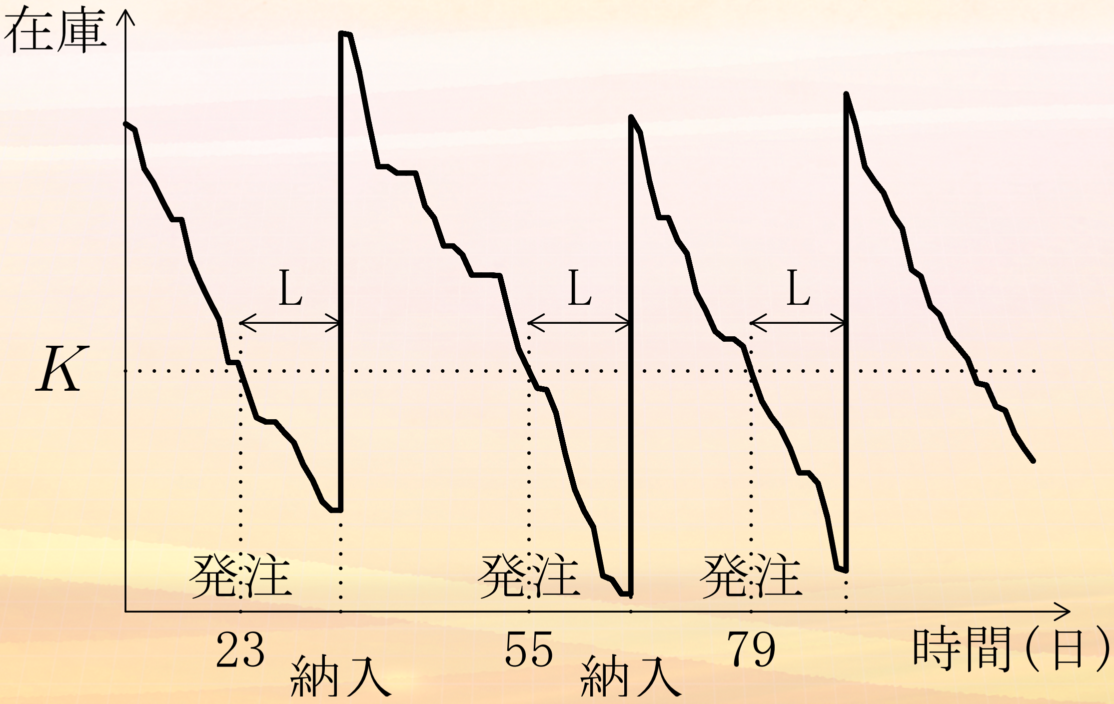
$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\,\sigma$$



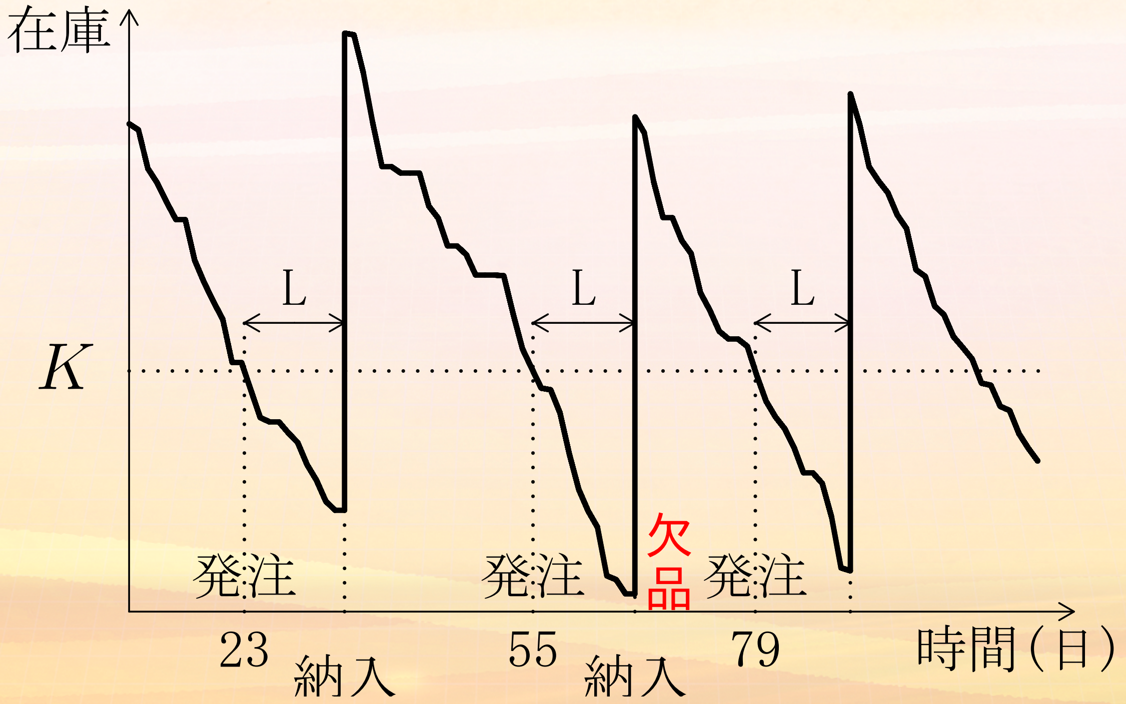
定量発注方式

- 在庫が
$$K = \mu L + k(\alpha)\sqrt{L}\,\sigma$$
まで減った時点で x^* 発注
- σ はコスト，L もコスト
- $k(0.05) = 1.65,\ k(0.01) = 2.33$

定量発注方式



定量発注方式



定量発注方式

◆数値例

- 需要 $M = 1600$ (トン)
- 1期間 $= 100$ (日)
- 原料保管の費用 $a = 200$ (円/トン・期間)
- 発注費用 $b = 10000$ (円)
- リードタイム $L = 10$ (日)
- 1日あたりの需要の標準偏差 $\sigma = 8$ (トン)
- 欠品の確率 $\alpha = 0.05$

定量発注方式

◆数値例

- 経済発注量

$$x^* = \sqrt{\frac{2bM}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 10000 \times 1600}{200}} = 400 \text{ (トン)}$$

- 1日の平均需要

$$\mu = M/100 = 1600/100 = 16$$

定量発注方式

◆数値例

- 安全在庫

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\,\sigma = 1.65 \times \sqrt{10} \times 8 \simeq 41.7$$

- 発注点

$$K = \mu L + S = 160 + 41.7 = 201.7$$

定量発注方式

- 安全在庫 $(\alpha = 0.05)$

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\,\sigma = 1.65 \times \sqrt{10} \times 8 \simeq 41.7$$

- 安全在庫 $(\alpha = 0.01)$

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\,\sigma = 2.33 \times \sqrt{10} \times 8 \simeq 58.9$$

- 安全策はコスト

定量発注方式

◆数値例

- 安全在庫 $(\sigma = 8)$

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\sigma = 1.65 \times \sqrt{10} \times 8 \simeq 41.7$$

- 安全在庫 $(\sigma = 10)$

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\sigma = 1.65 \times \sqrt{10} \times 10 \simeq 52.2$$

- 需要のばらつきはコスト

定量発注方式

◆数値例

- 安全在庫 $(L = 10)$

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\,\sigma = 1.65 \times \sqrt{10} \times 8 \simeq 41.7$$

- 安全在庫 $(L = 15)$

$$S = k(\alpha)\sqrt{L}\,\sigma = 1.65 \times \sqrt{15} \times 8 \simeq 51.1$$

- リードタイムはコスト

定期発注方式

定期発注方式

- 使用する原料は1期間で平均 M (トン)
- 1日の使用量は平均 μ (トン)，標準偏差 σ (トン) と
- 原料保管の費用は a (円/トン・期間)
- 1回発注するたびに，発注費用として b (円)
- 原料は一定の間隔 P (日) で発注
- リードタイムは L(日)
- 在庫切れの確率 (欠品率) を α 以内に抑え，在庫管理費用を最小にする，発注間隔 P と発注量を求めよ

定期発注方式

◆発注間隔Pの決定

$$P = \frac{x^*}{\mu} = \frac{1}{\mu}\sqrt{\frac{2bM}{a}}$$

定期発注方式

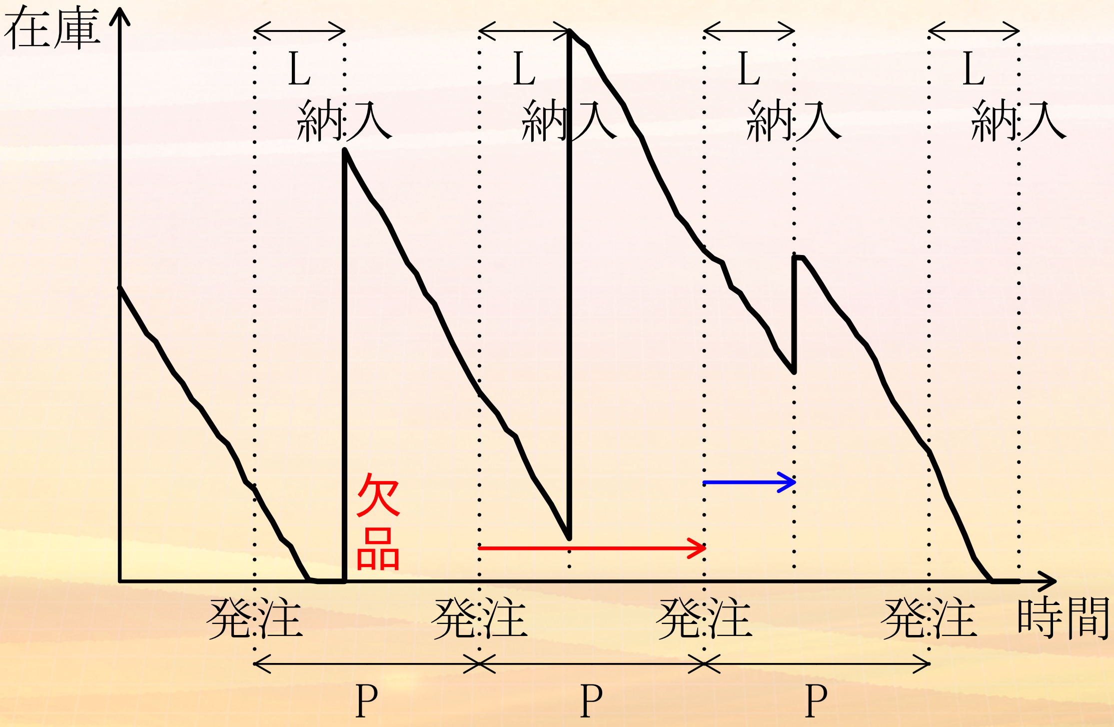
◆発注量xの決定

- 需要の予測値

$$\hat{\mu}(P+L)$$

$\hat{\mu}$　μの予測値

定期発注方式



定期発注方式

◆発注量xの決定

- 需要の予測値

$$\hat{\mu}(P+L)$$

$\hat{\mu}$　μの予測値

- 必要量の予測値

$$\hat{\mu}(P+L)-(q+x^{-})$$

q　現在の在庫，x^{-}　過去の発注の未納入分

定期発注方式

◆発注量xの決定

- 1日の需要の標準偏差の予測値を$\hat{\sigma}$
- $P+L$日の間に欠品が起きる確率をα以内にするには，安全在庫Sを

$$S = k(\alpha)\sqrt{P+L}\,\hat{\sigma}$$

- $k(\alpha)$はαにより定まる

定期発注方式

◆発注量xの決定

- 欠品率αの最適な発注量x

$$
\begin{aligned}
x &= \hat{\mu}(P+L) - (q + x^-) + S \\
&= \hat{\mu}(P+L) - (q + x^-) + k(\alpha)\sqrt{P+L}\,\hat{\sigma}
\end{aligned}
$$

定期発注方式

◆需要の予測

- 過去N回の需要量$m_{t-1}, m_{t-2}, \cdots, m_{t-N}$

$$\hat{\mu} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} m_{t-i}$$

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(m_{t-i} - \hat{\mu})^2}$$

定期発注方式

特徴	定量発注方式	定期発注方式
発注時期	在庫が発注点まで減少した時点	一定間隔
発注量	一定(経済発注量)	毎回調整
需要の予測	不要	必要
在庫	比較的大きい	比較的小さい
管理の負担	小さい	やや大きい
対象商品	重点をおかない製品	重点をおく製品

ABC分析

ABC分析

- 多種類の商品を価値（売上等）に応じてA, B, C の3カテゴリに分類する手法

Aグループ　重点品目

Bグループ　中間品目

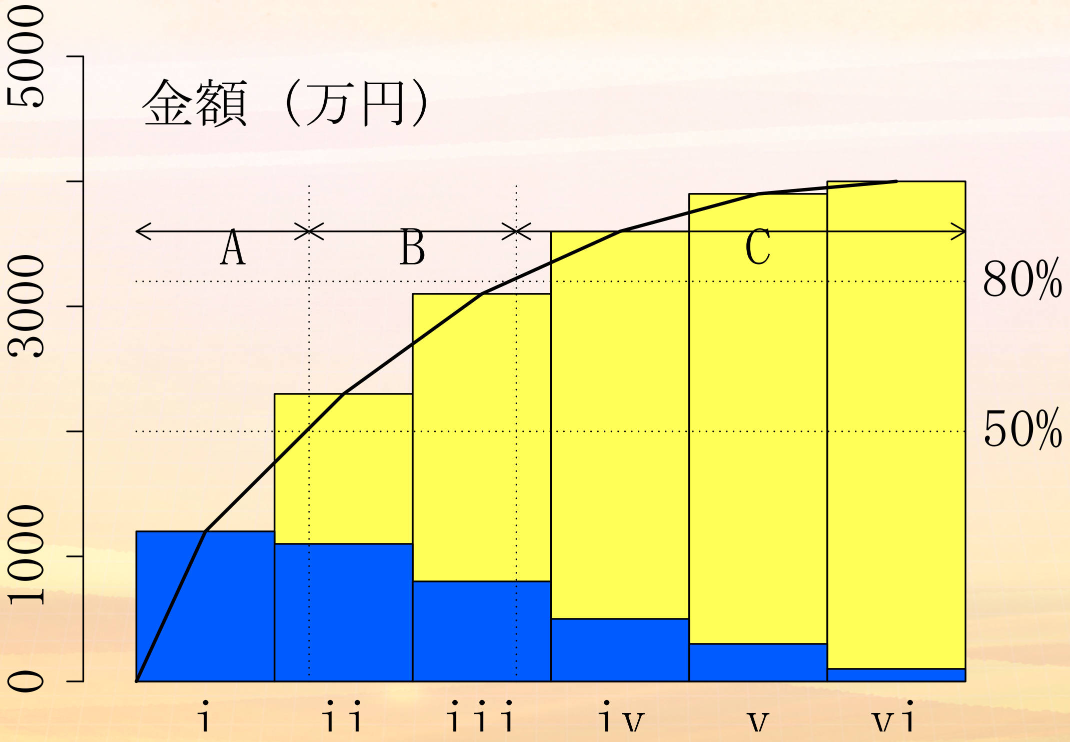
Cグループ　簡易品目

ABC分析

1. 在庫管理の対象となる商品を売上金額の大きい順に並べる
2. 売上金額の大きい順に累積売上金額をグラフにする
3. 在庫管理の観点から商品の重要度を分類する
   累積売上金額が総売上金額の50%および80%

例 商品(i)〜(vi)の売上高が，(i) 1200, (ii) 1100, (iii) 800, (iv) 500, (v) 300, (vi) 100 (万円)

ABC分析



在庫切れ損失を含む在庫管理