

ゲームとは

ゲームとは

ゲームの主な構成要素

プレイヤー ゲーム (意思決定) を行う主体

- 個人, 企業, 国家, …

戦略 行動の選択 (行動そのもの)

- じゃんけん…グー, チョキ, パー

利得 プレイヤーが戦略を選択した結果に対する
各プレイヤーの評価値

- 主観的満足度, 利益, …

ゲームとは

プレイヤーの提携の有無

非協力ゲーム

プレイヤー個人が構成単位で、他のプレイヤーと提携することなく戦略を選択するゲーム

協力ゲーム

3人以上のプレイヤーがゲームを行う時に、プレイヤー同士で提携を行うゲーム

ゲームとは

行動のタイミング, 繰り返し

標準型ゲーム (戦略型ゲーム)

じゃんけんのように, ゲームを行うすべてのプレイヤーが同時に行動するゲーム

展開型ゲーム チェスのように, 各プレイヤーが順番に行動するゲーム

繰り返しゲーム 同じゲームを何度も繰り返すゲーム

ゲームとは

プレイヤーに与えられる情報

完備情報ゲーム/不完備情報ゲーム 各プレイヤーの利得をすべてのプレイヤーが知っているゲーム
/そうではないゲーム

完全情報ゲーム/不完全情報ゲーム 展開型ゲームにおいて、各プレイヤーのこれまでの行動や状態の履歴をプレイヤーがすべて知っているゲーム
/そうではないゲーム

ゲームとは

- A社とB社は、回線の品質向上ないしは回線使用料の値下げを検討
- 次期の利益増加見込み(単位は億円) … 利得行列
- 自社の利益増加を最大にするために各社がとるべき戦略は？

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(20, 20)	(10, 40)
	料金値下げ	(40, 10)	(30, 30)

ゲームとは

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(20, 20)	(10, 40)
	料金値下げ	(40, 10)	(30, 30)

A社の立場から考える

- B社が品質向上戦略を選択する時
 - × A社 品質向上…20億円利益増加
 - A社 料金値下げ…40億円利益増加

ゲームとは

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(20, 20)	(10, 40)
	料金値下げ	(40, 10)	(30, 30)

A社の立場から考える

- B社が料金値下げ戦略を選択する時
 - × A社 品質向上…10億円利益増加
 - A社 料金値下げ…30億円利益増加

ゲームとは

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(20, 20)	(10, 40)
	料金値下げ	(40, 10)	(30, 30)

- B社の戦略に関わらず，A社は料金値下げ戦略を選択すべき… 支配戦略

ゲームとは

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(20, 20)	(10, 40)
	料金値下げ	(40, 10)	(30, 30)

- B社の戦略に関わらず, A社は料金値下げ戦略を選択すべき … 支配戦略
- A社の戦略に関わらず, B社は料金値下げ戦略を選択すべき … 支配戦略
- 両社とも料金値下げを選択すべき … ゲームの解

ナッシュ均衡解

ナッシュ均衡解

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(40, 45)	(30, 50)
	料金値下げ	(50, 35)	(20, 25)

A社の立場から考える

- B社が品質向上戦略を選択する時
 - × A社 品質向上…40億円利益増加
 - A社 料金値下げ…50億円利益増加

ナッシュ均衡解

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(40, 45)	(30, 50)
	料金値下げ	(50, 35)	(20, 25)

A社の立場から考える

- B社が料金値下げ戦略を選択する時
 - A社 品質向上…30億円利益増加
 - × A社 料金値下げ…20億円利益増加

ナッシュ均衡解

A社の立場から考える

- B社が品質向上戦略を選択する時
 - A社 料金値下げ…50億円利益増加
- B社が料金値下げ戦略を選択する時
 - A社 品質向上…30億円利益増加
- A社の支配戦略なし

ナッシュ均衡解

B社の立場から考える

- A社が品質向上戦略を選択する時
 - B社 料金値下げ…50億円利益増加
- A社が料金値下げ戦略を選択する時
 - B社 品質向上…35億円利益増加
- B社の支配戦略なし

ナッシュ均衡解

- 相手の戦略に対して自らの利得を最大にする戦略
… 相手の戦略に対する最適反応戦略
- 各プレイヤーのとりうる戦略が互いに相手の戦略に対する最適反応戦略 … ナッシュ均衡解
- (品質向上 (40), 品質向上 (45))
→ (品質向上 (30), 料金値下げ (50))
… (品質向上, 品質向上)はナッシュ均衡解ではない

ナッシュ均衡解

- 相手の戦略に対して自らの利得を最大にする戦略
… 相手の戦略に対する最適反応戦略
- 各プレイヤーのとりうる戦略が互いに相手の戦略に対する最適反応戦略 … ナッシュ均衡解
- (品質向上 (40), 品質向上 (45))
→ (料金値下げ (50), 品質向上 (35))
… (品質向上, 品質向上) はナッシュ均衡解ではない

ナッシュ均衡解

- 各プレイヤーのとりうる戦略が互いに相手の戦略に対する最適反応戦略 … ナッシュ均衡解
- (品質向上 (30), 料金値下げ (50))
→ (品質向上 (40), 品質向上 (45))
- (品質向上 (30), 料金値下げ (50))
→ (料金値下げ (20), 料金値下げ (25))
- (品質向上, 料金値下げ) はナッシュ均衡解

ナッシュ均衡解

- 各プレイヤーのとりうる戦略が互いに相手の戦略に対する最適反応戦略 … ナッシュ均衡解
- (料金値下げ (50), 品質向上 (35))
→ (料金値下げ (20), 料金値下げ (25))
- (料金値下げ (50), 品質向上 (35))
→ (品質向上 (40), 品質向上 (45))
- (料金値下げ, 品質向上) はナッシュ均衡解

ナッシュ均衡解

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(40, 45)	(30, 50)
	料金値下げ	(50, 35)	(20, 25)

- (品質向上 (30), 料金値下げ (50))
- (料金値下げ (50), 品質向上 (35))
- ナッシュ均衡解は複数存在することもある



混合戦略

混合戦略

B社

		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(25, 35)	(40, 20)
	料金値下げ	(30, 20)	(20, 40)

混合戦略

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(25, 35)	(40, 20)
	料金値下げ	(30, 20)	(20, 40)

(品質向上, 料金値下げ) B変更 (品質向上, 品質向上) A変更
 (料金値下げ, 品質向上) B変更 (料金値下げ, 料金値下げ)
A変更 (品質向上, 料金値下げ) B変更 ...

混合戦略

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(25, 35)	(40, 20)
	料金値下げ	(30, 20)	(20, 40)

- ナッシュ均衡解がない
→ 確率的な戦略の選択 (混合戦略) を導入
- A社が確率 p で品質向上, $1 - p$ で料金値下げを選択
- B社が確率 q で品質向上, $1 - q$ で料金値下げを選択

混合戦略

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(25, 35)	(40, 20)
	料金値下げ	(30, 20)	(20, 40)

- A社の期待利得 u_A

$$\begin{aligned}u_A &= 25pq + 40p(1 - q) + 30(1 - p)q + 20(1 - p)(1 - q) \\ &= (-25q + 20)p + 10q + 20\end{aligned}$$

混合戦略

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(25, 35)	(40, 20)
	料金値下げ	(30, 20)	(20, 40)

- B社の期待利得 u_B

$$\begin{aligned}u_B &= 35pq + 20p(1 - q) + 20(1 - p)q + 40(1 - p)(1 - q) \\ &= (35p - 20)q - 20p + 40\end{aligned}$$

混合戦略

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(25, 35)	(40, 20)
	料金値下げ	(30, 20)	(20, 40)

- A社の期待利得 u_A

$$u_A = (-25q + 20)p + 10q + 20$$

- B社の期待利得 u_B

$$u_B = (35p - 20)q - 20p + 40$$

混合戦略

$$u_A = (-25q + 20)p + 10q + 20$$

- $-25q + 20 > 0$ ($q < 4/5$)であれば、 p が大きいほど u_A は大きくなるので、A社は $p = 1$ とする
- $q > 4/5$ であれば、 p が大きいほど u_A は小さくなるので、A社は $p = 0$ とする
- $q = 4/5$ であれば、 p に関わらず、 $u_A = 28$

混合戦略

$$\begin{aligned}u_B &= 35pq + 20p(1 - q) + 20(1 - p)q + 40(1 - p)(1 - q) \\ &= (35p - 20)q - 20p + 40\end{aligned}$$

- $35p - 20 > 0$ ($p > 4/7$)であれば、 q が大きいほど u_B は大きくなるので、B社は $q = 1$ とする
- $p < 4/7$ であれば、 q が大きいほど u_B は小さくなるので、B社は $q = 0$ とする
- $p = 4/7$ であれば、 q に関わらず、 $u_B \simeq 28.6$

混合戦略

- $q < 4/5 \rightarrow p = 1(> 4/7) \rightarrow q = 1(> 4/5)$
 $\rightarrow p = 0(< 4/7) \rightarrow q = 0(< 4/5) \rightarrow p = 1(> 4/7) \rightarrow \dots$
- $p = 4/7, q = 4/5$ の時のみ
互いの最適反応戦略が均衡する
 \rightarrow 混合戦略におけるナッシュ均衡解
- 混合戦略まで含めればナッシュ均衡解は必ず存在

マクシミン戦略

マクシミン戦略

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(40, 45)	(30, 50)
	料金値下げ	(50, 35)	(20, 25)

- 自分の利得を相手が最小化するものとして、想定される最小の利得が最大になる戦略
… マクシミン(maxmin)戦略
- リスクを最小にする戦略

マクシミン戦略

B社

		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(40, 45)	(30, 50)
	料金値下げ	(50, 35)	(20, 25)

A社

○ 品質向上 $\cdots \min(40, 30) = 30$

× 料金値下げ $\cdots \min(50, 20) = 20$

マクシミン戦略

B社

		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(40, 45)	(30, 50)
	料金値下げ	(50, 35)	(20, 25)

B社

○ 品質向上 $\cdots \min(45, 35) = 35$

× 料金値下げ $\cdots \min(50, 25) = 25$

マクシミン戦略

B社

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(40, 45)	(30, 50)
	料金値下げ	(50, 35)	(20, 25)

- 一般には、マクシミン戦略に基づく解とナッシュ均衡解は一致しない

マクシミン解 (品質向上 (40), 品質向上 (45))

ナッシュ均衡解 (品質向上 (30), 料金値下げ (50)) と (料金値下げ (50), 品質向上 (35))

マクシミン戦略

2人定和ゲーム

- 自分と相手の利得の和が一定のゲーム
…2人定和ゲーム
- 自分と相手の利得の和が常に0となるゲーム
…2人ゼロ和ゲーム
- じゃんけんは勝ち, あいこ, 負けの利得を
各々1, 0, -1とおけば2人ゼロ和ゲーム

マクシミン戦略

2人定和ゲーム

- 2人定和ゲームと2人ゼロ和ゲームは利得の原点が異なるだけで数学的には同等
- 2人定和ゲームにおいては、マクシミン戦略に基づく解とナッシュ均衡解は一致する

マクシミン戦略

2人定和ゲーム

		B社	
		品質向上	料金値下げ
A社	品質向上	(60, 40)	(45, 55)
	料金値下げ	(55, 45)	(50, 50)

- 2人定和ゲームにおいては、マクシミン戦略に基づく解とナッシュ均衡解は一致する

マクシミン解 (料金値下げ (50), 料金値下げ (50))

ナッシュ均衡解 (料金値下げ (50), 料金値下げ (50))